

分类号_____

密级_____

U D C _____

编号_____

中国科学院研究生院 博士学位论文

相对论重粒子对撞中的统计模型

—以及重味径迹探测器的读出电子学

孙向明

指导教师姓名 张宗烨 研究员 中国科学院高能物理研究所

申请学位级别 博 士 学科专业名称 理论物理

论文提交日期 2008 年 4 月 20 日 论文答辩日期 2008 年 5 月 30 日

培养单位 中 国 科 学 院 高 能 物 理 研 究 所

学位授予单位名称 中 国 科 学 院 研 究 生 院

答辩委员会主席_____

Chinese Academy of Science

Thesis for Ph.D

statistical model in heavy ion collision

and readout electronics for Heavy Flavor Tracker

Xiangming Sun

Ph.D advisor:

Prof. Zongye Zhang

Institute of High Energy Physics

Chinese Academy of Science

April, 2008

Submitted in total fulfilment of the requirements for the degree of Ph.D

in Theoretical Physics

摘 要

首先介绍重离子物理中常用的几种基本统计系综，主要是正则系综和巨正则系综。我们用巨正则系综讨论强子气体模型，并将U(1)对称性加入到所讨论的系综中，得到用来描述重离子对撞源的统计模型的基本公式。在统计模型范围内讨论了共振态衰变的影响和处理方法。介绍了在SIS (Heavy-Ion Synchrotron) 上的重离子碰撞的部分实验结果和统计模型的理论预言，主要讨论了粒子的产额及其随对撞能量的变化。然后介绍在考虑了体系的膨胀效应后，用统计模型解释末态粒子的动量谱。分析了从AGS (Alternating Gradient Synchrotron) 到RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) 的粒子产额的实验结果和统计模型给出的拟合。

我们讨论了由于高能物理实验和它的数据分析方法导致的自动平衡。基于这种自动平衡，发展了有温度变化的统计模型。在这个模型里，对撞产生体系在整个存在过程中都向外辐射粒子。温度变化的统计模型给出了对于粒子动量谱的一种新的理解方法。温度变化的统计模型保留了以前的统计模型的关于粒子产额比和低横动量的粒子动量谱的主要结果，它能拟合到10GeV的 π^0 的横动量谱。但是由于自动平衡的原因，我们不能通过粒子动量谱的实验曲线和温度变化的统计模型的计算结果的一致性来判断对撞产生体系达到了热平衡。

讨论了喷柱反冲对重离子对撞源的局部加热效应。由于实验及理论中均存在很多不确定因素，还不易对这种加热现象做出定量计算，但在统计模型的辅助下可以做出定性的估计。统计模型估计的结果显示二次加热区域的 p^+/π^+ ， p^+/K^+ 和 Λ/K^+ 的产额比会比热密物质其他区域的相应的粒子产额比要大，而 K^+/π^+ 的比率则要小。实验上测量的 p^-/π^- 的初步结果与模型的预言是一致的。

关键词：统计模型，热化，二次加热，热模型

ABSTRACT

Xiangming Sun (Theoretical physics)

Directed by **Zongye Zhang**

First, we introduce several fundamental ensembles frequently used in heavy ion physics, especially the canonical ensemble and the grand canonical ensemble. The hadron gas model is discussed using the grand canonical ensemble. Adding U(1) symmetry to the ensembles, we obtain the basic formula for heavy ion physics in statistical model. Next, the effect of resonance decay and the method to handle it are discussed within the framework of statistical model. Then we introduce some of the experiment results in SIS(Heavy- Ion Synchrotron) and its statistical model prediction, where the particle yield and its dependence on collision energy are discussed. And then the momentum spectrums of final state particles are explained by statistical model on consideration of system expanding. The experiment results from AGS (Alternating Gradient Synchrotron) to RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) are fitted by statistical model.

Following that, the automatic thermalization resulting from high energy physics experiment and the method of data analysis is discussed. Based on the automatic thermalization, the cooling thermal model is developed, in which the system created in heavy ion collision emits particles through its whole existence with different temperature. This model provides a new understanding of particle momentum spectrum. While maintaining the results of the previous model, the cooling thermal model can fit the $/p_{\perp}^0$ transverse momentum spectrum to 10 GeV. However, automatic thermalization blocks the way to draw a conclusion that the system is thermalized based on the agreement between experiment and thermal model fit.

In this dissertation, we also discuss the reheating phenomenon caused by the recoil of jet. Due to uncertainties in both experiment and theory, while it is not easy to make a quantitative prediction for the reheating phenomenon, a qualitative prediction is available with the aid of the statistical model. The prediction for common particles shows that the p^+/π^+ , p^+/K^+ and Λ/K^+ ratios for the reheated region will be larger than the same ratios for the other parts of the system created in heavy ion collision, while K^+/π^+ ratio will be smaller than the corresponding ratios for the other parts. The expectation is in consistence with preliminary experimental data of p^-/π^- in RHIC energy.

Key words: statistical model, thermalization, reheating, thermal model

目录

1	引言	1
1.1	相对论重离子对撞中的统计模型的历史及简介	1
1.2	本文的主要工作	2
2	相对论重离子对撞中的统计模型	3
2.1	基本的统计力学	3
2.1.1	用等几率假设处理统计系综	3
2.1.2	微正则系综的配分函数	3
2.1.3	正则系综的巨正则系综	5
2.1.4	巨正则系综的分布函数	7
2.1.5	相对论重离子对撞中的巨正则系综	9
2.1.6	强子气体的巨正则系综	9
2.2	加入了U(1)对称性的统计模型	13
2.2.1	正则系综的粒子密度	23
2.2.2	严格守恒的对撞体系	27
3	共振态的处理和正则系综统计模型的应用	35
3.1	共振态的处理	35
3.2	SIS上的重离子碰撞	37
3.3	粒子的产额及它们随对撞能量的变化	43
4	膨胀体系的处理和粒子的横动量谱	53
4.1	膨胀体系的统计模型	53
4.2	粒子产额比与粒子动量谱	58
4.3	自动平衡和冷却统计模型	59

4.4	冷却统计模型的公式	61
4.5	一个简单的计算以及理论与实验的比较	62
4.6	小结	64
5	巨正则系综统计模型的应用	65
5.1	从AGS到RHIC的粒子产额的统计模型分析	65
5.2	喷柱的反冲极其统计模型预言	71
5.2.1	喷柱的反冲加热简介	71
5.2.2	统计模型和它的基本公式	71
5.2.3	影响二次加热的因素与测量二次加热的方法	74
5.2.4	与整个相空间数据的比较	74
5.2.5	小结	75
6	总结与展望	77
7	攻读博士学位期间发表的论文	93
8	致谢	95
.1	附录: RHIC 上的STAR 探测器	97
.2	附录: STAR探测器升级: HFT	97
.2.1	重味粒子的产生截面: 部分子分布函数和碎裂机制	97
.2.2	重味部分子在热密介质中的能量损失	99
.2.3	重味重子和介子的产额比	100
.2.4	重味粒子的椭圆流和角关联	100
.3	附录: HFT的概念图	100
.4	附录: HFT的计算机模拟	102
.5	附录: HFT的设计以及在STAR探测器上的安装	102
.5.1	HFT的对齐和刻度	102
.5.2	HFT的radiation length和抗辐射能力	104
.5.3	HFT的负载形变和热形变	105
.5.4	HFT冷却测试	105
.6	附录: FPGA和VHDL	105
.6.1	查找表(Look-Up-Table)的原理与结构	105
.6.2	基于查找表(LUT)的FPGA的结构	107

.6.3	附录：查找表结构的FPGA逻辑实现原理	107
.6.4	附录：VHDL语言	109
.6.5	附录：在HFT测试中用到的VHDL工程（firmware）的流程图	111

插图目录

2.1	来自共振态衰变的 π^+ 和来自热平衡的统计模型的 π^+ 的密度的比值。计算采用的是温度和化学势分别为 $\mu_B = 250, 550$ MeV 的强子气体模型。	11
2.2	在温度为120, 170 和200 MeV时的奇异化学势 μ_S 随重子化学势的变化关系。以上结果是通过在强子气体中加上奇异数中性条件得到的。	12
3.1	在1 A·GeV的金金对撞中 K^+ 和 π^+ 产额([64])和对心度的关系。对心度由 A_{part} 确定。	38
3.2	[30]中用统计模型在 $T-\mu_B$ 平面中画出的曲线，曲线上 π^+/proton 比值相等。	39
3.3	[30]中用统计模型在 $T-\mu_B$ 平面中画出的曲线，曲线上deuteron/proton 比值相等。	39
3.4	[30]中用统计模型在 $T-\mu_B$ 平面中画出的曲线，曲线上 K^+/K^- 比值相等。	40
3.5	在 $T-\mu_B$ 平面中计算出来的freeze-out参数[30]。其中确定 $K^+/\pi^+ = 0.003$ ，体系的体积参数取 $V = 4\pi R^3/3$ 其中 $R = 4, 6, 12$ fm 和 $R = \infty$ 。	40
3.6	在1.8 A·GeV的Ni-Ni碰撞实验中，从[30]的统计模型计算出来的，在 $T-\mu_B$ 平面中画出的不同粒子产额比曲线。	41
3.7	[30]中统计模型的 K^+/A_{part} 产额比和图(3.1)中实验数据的比较。由线段构成的虚线表示没有考虑 A_{part} 对 μ_B 和 T 的依赖关系的理论预言。由点和线段构成的虚线表示考虑了 A_{part} 对 μ_B 和 T 的依赖关系的理论预言。	41

3.8	不同质心能量下的平均每个受伤核子产生的 π 介子的总数。在低能条件下的核核对撞的数据以及质子质子对撞的数据来自于([74, 75])。RHIC上的结果参见([76])。虚线是对实验数据的一个拟合。	43
3.9	上面的曲线表示重子化学势 μ_B 随对撞能量的变化关系，下面的曲线表示温度 T 随对撞能量的变化关系([48])。温度 T 随对撞能量的变化关系由统一的freeze-out条件确定。	44
3.10	Wròblewski因子 λ_s 与 $\sqrt{s}$ 的关系。图上的点是用统计模型计算得到的结果，参数由拟合粒子的产额得到。	45
3.11	奇异重子，奇异介子以及闭奇异粒子对Wròblewski因子的贡献。实线表示对所有贡献的求和	45
3.12	在重离子对撞中不同的对撞能量下测量到的kaon 和pion的产额比。左边的图是中心快度区的实验数据，右边的图是对整个 4π 积分区间的实验数据。SIS, AGS, SPS 和RHIC上的实验数据分别来自([75, 80, 78])。短虚线表示统计模型的理论预言，在模型中我们使用了统一的freeze-out条件。在右边的图显示了在([81])中的p-p数据的参数化（实线），以及正则系综的结果（虚线）。	46
3.13	对于重离子对撞中 K/π 产额比，输运模型的理论结果与实验结果的比较。左边的图表示RQMD[84], UrQMD[85, 69] 和统计模型的预言。右边的图是BUU的预言，[83]。详细的讨论见([86, 70])。	47
3.14	在核核对撞中的粒子的产额比与质心系能量的关系。在SPS上的实验数据是来自NA49的全部相空间的结果。AGS上的实验结果是来自E810实验组。 Ξ^- 的结果[88]是在Si-Pb对撞的快度空间在 $1.4 < y < 2.9$ 内的结果。这个结果是由在E802实验组的Si-Au碰撞的[89] π^+ 和 K^- 全部相空间结果归一化得到的。图上的曲线表示了统计模型采的结果。	48
3.15	左边的图显示了 K^+/K^- 产额比随 $(\pi^+ + \pi^0)/A_{part}$ 的变化。图上的点是实验结果，图上的线是统计模型在考虑统一的freeze-out后的结果。右边的图显示 K^+/K^- 产额比基本上是一个常数，在SIS到RHIC的能量范围内并不随对心度的变化而变化。实验数据来自STAR, NA49, E866, 和KaoS实验组。虚线表示统计模型的结果。	49

3.16	左边的部分表示在Ni+Ni对撞中用统计模型计算的 K^+/A_{part} 和 K^-/A_{part} 的值随着 $\sqrt{s} - \sqrt{s_{th}}$ 的变化关系。图上的实验点是SIS能量的Ni+Ni对撞实验的数据和Au+Au在10.2 A·GeV (AGS)[92]的实验数据。右边的部分表示用统计模型计算的 ϕ/K^- 产额比。统计模型采用统一的freeze-out曲线。图上的实验点来自([93])	51
4.1	在 $y = 0$ 处的 π 介子(实线), K 介子(线段虚线)和质子反质子(点线段虚线)模型I(粗线)和模型II(细线)的 $p_\perp$ 谱, 与PHENIX初步结果的对比(a, b), 与STAR(空心)和PHENIX(Au+Au $\sqrt{s} = 130\text{GeV}$)对心碰撞数据的对比(c)。	57
4.2	各种因素在 π 介子 $p_\perp$ 谱中的贡献。	57
4.3	*	64
5.1	对于40 GeV/nucleon的Pb-Pb的实验数据和巨正则系综统计模型的预言的比较。统计模型所用的参数是 $T = 148\text{ MeV}$ and $\mu_B = 400\text{ MeV}$ 。	67
5.2	对于158 GeV/nucleon的Pb-Pb的实验数据和巨正则系综统计模型的预言的比较。统计模型所用的参数是 $T = 170\text{ MeV}$ and $\mu_B = 255\text{ MeV}$ 。	68
5.3	对于 $\sqrt{s_{nn}} = 130\text{ GeV}$ 的Pb-Pb的实验数据和巨正则系综统计模型的预言的比较。统计模型所用的参数是 $T = 174\text{ MeV}$ and $\mu_B = 46\text{ MeV}$ 。	69
5.4	RHIC上 $\sqrt{s_{NN}} = 130$ 和200 GeV的粒子产额比的实验数据和巨正则系综的统计模型的计算值的比较。所用的统计模型来自([94, 159])。	70
5.5	*	72
5.6	*	75
.1	从卫星上看到位于纽约长岛上的RHIC环	98
.2	STAR探测器的组成	99
.3	HFT的横截面示意图, 蓝线表示ladder的横截面, 内层半径1.5cm, 有六个ladder, 外层半径5cm, 有18个ladder。	101
.4	HFT的一个ladder的示意图。一个ladder上有10个像素传感器芯片。	101

.5	对撞顶点分辨率随对撞中心度的变化。 <i>HFT</i> 的参与使得顶点的分辨率提高了一个数量级。a)对撞顶点分辨率在 x 轴方向随末态带电粒子数的变化。b)对撞顶点分辨率在束流方向随末态带电粒子数的变化。	102
.6	在金金对撞中，将 <i>TPC</i> 、 <i>SSD</i> 和 <i>HFT</i> 联合起来的 π 介子径迹探测效率。	103
.7	D 介子的探测效率随横动量的变化。 D^0 介子的探测效率可达10%, D^+ 介子的探测效率可达到3%。	103
.8	<i>HFT</i> 的支撑结构	104
.9	<i>ladder</i> 一端固定，一端放上10克重物时形变随离固定端距离的变化	105
.10	<i>HFT</i> 的外观	106
.11	<i>HFT</i> 安装到 <i>STAR</i> 探测器上。 <i>HFT</i> 的支撑结构可以让 <i>HFT</i> 很容易的滑进滑出	106
.12	<i>LUT</i> 的原理图	107
.13	<i>FPGA</i> 内部单元的原理图	108
.14	用 <i>FPGA</i> 实现基本逻辑电路的一个例子	109
.15	读出电子学框图	111

表格目录

第一章 引言

1.1 相对论重离子对撞中的统计模型的历史及简介

统计模型作为一个有用的工具应用在高能物理中，最早是由Hagedorn引入的[1]。后来在 e^+e^- 对撞的末态强子产生子的研究中，发现这种方法非常有用。因为在模拟 e^+e^- 对撞的末态强子产生时，如果要使这些产生子产生的结果和试验结果相符合，需要很多自由参数来确定各种粒子的相对产额，而大量的自由参数又使得这些蒙特卡罗模型的预言能力较差。当时比较有名的蒙特卡罗产生子有JETSET[2]和HERWIG[3]。后来开始有一些经验公式来统一确定各种粒子的相对产额[4]，最终统计模型被引入进来统一确定这些参数，结果与实验结果非常吻合[5]。统计模型被引入到重离子对撞物理中后，在很大的对撞能量范围内，非常成功的描述了强子的产额和动量谱[6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14]。统计模型在考虑了共振态对末态粒子的贡献和重粒子对撞源的膨胀效应后，可以在较大的横动量范围内拟合相对论重离子对撞的末态强子动量谱[15, 16]。

统计模型把重粒子对撞产生的热密物质看做是一个达到局域平衡的热力学体系。这里的平衡既包括通常所说的由粒子动量分布确定的热平衡，又包括由不同种类粒子的相对含量确定的化学平衡。这是因为相对论重离子对撞的能量足够高，不同种类的粒子之间可以直接或者间接相互转化。当各种粒子产生和湮灭的速度相等之后，各种粒子的浓度不再变化，我们就说达到了化学平衡。当所有平衡都达到了，系统就处于熵最大状态，可以采用Gibbs的系综理论描述这个热力学体系。Gibbs的系综理论把符合相同外部条件的体系的集合定义为系综，观测到的物理量就是相应微观物理量的系综平均值。重粒子对撞源的另一个特点就是除了能动量守恒之外，还存在大量的守恒定律。这些守恒定律主要包括重子数守恒，电荷守恒，奇异数守恒等。这样建立起来的统计模型的主要参数就包括对撞源的温度、体积参数和各种守恒量对应的化学势。

1.2 本文的主要工作

本文将从系综的概念开始介绍统计模型，主要分为以下几个部分。

第二章介绍了重离子对撞物理中几种常用的基本统计系综，包括正则系综和巨正则系综，其目的是引入统计模型的基本公式。然后用巨正则系综讨论强子气体模型。然后再将 $U(1)$ 对称性加入到统计模型中。得到用来描述重离子对撞源的统计模型的基本公式。

第三章在统计模型范围内讨论共振态衰变的影响和处理方法。然后介绍了在SIS相应能区上的重离子碰撞实验和统计模型理论预言的比较，主要讨论了粒子的产额及它们随对撞能量的变化。

第四章介绍了在考虑了体系膨胀的效应后，用统计模型解释末态粒子的动量谱。在考虑了对撞源温度随膨胀的变化后，统计模型可以在更大的范围内拟合末态粒子的动量谱。

第五章分析了从AGS到RHIC能量范围的粒子产额比的实验结果和统计模型的拟合。然后讨论了喷柱反冲对重离子对撞源的局部加热效应，用统计模型定性的预言了被加热区域的粒子产额比。

附录部分介绍了重味径迹探测器读出电子学。

第二章 相对论重粒子对撞中的统计模型

2.1 基本的统计力学

统计力学的研究对象是多粒子平衡体系。体系的每个粒子都有自由度，整个体系的自由度数非常巨大，无法通过研究体系的所有自由度的方法来研究整个体系的性质。统计力学就是研究多粒子体系达到平衡状态后的宏观性质的一种方法。

统计力学作为一门学科起源于古老的气体分子运动论。随着对气体分子运动论的研究，奥地利物理学家玻尔兹曼、美国科学家吉布斯等人发展了统计系综理论，从真正的统计学的意义上建立了统计力学的系统理论。又经过Einstein、Planck、Ornstein等人的进一步发展，在20世纪初被科学界广泛接受。

统计力学的基本假设是吉布斯提出的等几率假设，就是宏观体系的所有微观状态出现的几率是相等的。这个假设与体系的力学定律之间是相互独立的，其正确性只能由试验来验证。

2.1.1 用等几率假设处理统计系综

（本章前半部分的内容在所有统计物理的教科书中都可以找到）首先介绍系综的概念，当我们研究一个系统的时候，考虑大量的、具有同样外部约束条件的系统的集合，这种具有相同外部约束条件的系统的集合就称为系综。系综中的每一个元素代表所研究的系统的相空间（相空间是指系统内部所有粒子的所有自由度生成的空间，系统在一个时刻的状态可以用相空间中的一个点来描述）中的一个点。系统的宏观观测量可以描述为其在微观层次上对应量的系综平均值。等几率原理就是系综中每个元素对应的相空间的点出现的几率相等。

2.1.2 微正则系综的配分函数

现在考虑一个孤立系统，当系统达到平衡时所有宏观观测量都不依赖于时

间，系统的能量是守恒的，所以系统的所有状态在相空间的代表点对应的能量值是相等的，可以理解为这些点在分布在一个能量曲面上。按照等几率原理，所有这些态都是等几率地出现的，其几率分布密度由下式给出：

$$\rho(q, p) = \{C, E \leq H(q, p) \leq E + \Delta E\} \quad (2.1)$$

其中 q, p 为系统的广义坐标，几率分布密度与时间无关， ΔE 是一个很小的能量范围，可以理解为能量曲面的厚度。能量曲面以外的地方的几率分布密度为0。具有这种几率密度分布的系统称为微正则系统。在经典近似条件下，系统在能量曲面内的微观状态数为：

$$\Omega(E) = \frac{1}{N!h^{3N}} \int_{E \leq H(q, p) \leq E + \Delta E} dq dp \quad (2.2)$$

其中已经考虑了粒子的全同性。对于可以分辨的粒子，上式中的因子 $N!$ 应当去掉。计算一下由 N 个单原子分子组成的理想气体的微观状态数目。系统的哈密顿量可以写成： $H = \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m}$ 。系统的微观状态数是粒子数 N ，能量 E ，体积 V 的函数，空间部分的积分可以积出：

$$\Omega(N, E, V) = \frac{V^N}{N!h^{3N}} \int_{E \leq H(q, p) \leq E + \Delta E} d^3 p_1 \cdots d^3 p_N \quad (2.3)$$

这个积分正是 $3N$ 维空间中半径为 $\sqrt{2mE}$ 和半径为 $\sqrt{2m(E + \Delta E)}$ 的夹层的体积。积出后得到：

$$\Omega(N, E, V) = \frac{3N}{2E} \left(\frac{V}{h^3}\right)^N \frac{(2\pi m E)^{3N/2}}{N! \left(\frac{3N}{2}\right)!} \Delta E \quad (2.4)$$

这个计算只是作为一个例子，展示微观状态数目随系统能量的增加增长非常迅速。利用玻耳兹曼关系，系统的熵定义为：

$$S(N, E, V) = k_B \log \Omega(N, E, V) \quad (2.5)$$

现在，我们考虑两个系统，分别称为系统 A 和系统 B 。原先它们各自是达到平衡的孤立系统。现在，我们让两个系统接触，使它们之间可以交换能量，但每一个系统的粒子数和体积仍然保持不变。如果我们将两个系统一起看成一个整个的系统，那么这个总系统的能量 E 是守恒的，可以用微正则系统描写，但

是每一个子系统能量 E_A 和 E_B 并不守恒。也就是说， $E = E_A + E_B$ 是一个守恒的常数。由于系统 A 和系统 B 相互独立，根据乘法原理，这时总系统的微观态数目 Ω ，就是两个子系统的微观态数目的乘积：

$$\Omega = \Omega_A(N_A, E_A, V_A)\Omega_B(N_B, E_B, V_B) \quad (2.6)$$

按照等几率原理，所有的微观态的出现的几率是相等的。从能量分布的角度来说，能够使微观态数目取最大值的那一组分布出现的几率也最大，因为它对应于最多的可能的微观状态。这也就是等效的说，平衡体系处于熵最大状态。由于两个子系统可以交换能量，所以在达到平衡以后，两个系统的能量将分别达到一个平衡的值 $\bar{E}_A$ 和 $\bar{E}_B$ ，同时满足约束条件 $\bar{E}_A + \bar{E}_B = E$ ，所以其中一个的取值就确定了另一个。根据上面平衡体系熵最大的性质。 $\bar{E}_A$ 的取值应当是使得总系统所对应的微观态数目最大。我们将(2.6)取对数并对 $\bar{E}_A$ 求导数得到

$$\left(\frac{\partial S_A(N_A, E_A, V_A)}{\partial E_A} \right)_{N_A, V_A} \bigg|_{E_A = \bar{E}_A} = \left(\frac{\partial S_B(N_B, E_B, V_B)}{\partial E_B} \right)_{N_B, V_B} \bigg|_{E_B = E - \bar{E}_A} \quad (2.7)$$

其中我们利用了能量的约束条件。从(2.7)看到，当两个任意系统达到平衡时，它们具有相同的 $\left(\frac{\partial S(N, E, V)}{\partial E} \right)_{N, V}$ 。从热力学第二定律的微分方程 $dU = TdS - pdV$ 中，两边取对能量的微商，得到

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial E} \right)_V \quad (2.8)$$

比较(2.6)和(2.8)可以看到 $\left(\frac{\partial S(N, E, V)}{\partial E} \right)_{N, V}$ 正对应温度的倒数。

类似地，如果我们讨论两个系统可以交换粒子数，同时也可以发生体积改变(但是总粒子数和总体积保持不变)，结合热力学的结果，我们就可以验证

$$\frac{p}{T} = \left(\frac{\partial S(N, E, V)}{\partial V} \right)_{N, E}, \quad \frac{\mu}{T} = \left(\frac{\partial S(N, E, V)}{\partial N} \right)_{V, E} \quad (2.9)$$

2.1.3 正则系综的巨正则系综

上面讨论的关于微正则系综的基本关系将在下一部分用来讨论巨正则系综。我们将首先讨论巨正则系综的热力学公式和其在重离子统计模型中的应用。首先讨论巨正则系综是因为巨正则系综应用在重离子统计模型中后，基本

上保留了初始的公式形式。原因是巨正则系综描述的系统和粒子源接触，粒子的产生湮灭过程可以理解为粒子从源中进出，所以粒子的产生湮灭的 $U(1)$ 对称性并不明显影响基本公式。对于正则系综或孤立体系对应的系综，粒子的产生湮灭的 $U(1)$ 对称性将会使公式复杂化。这些将在后面陆续讨论

前面讨论的微正则系综实际上是具有确定的能量、体积和粒子数的系综。一旦系统微观状态数目(或者说系统的熵)计算出来以后，我们就可以得到系统的所有热力学性质。下面我们介绍与巨大热源接触的正则系综和与巨大热源粒子源接触的巨正则系综。正则系综可以通过让系统与一个大热源接触来推导。为此我们仍然考虑两个系统，一个是我们要研究的系统;另一个系统就是大热源。系统的量用下标 A 表示，系统和热源加起来的总系统的量不用下标。我们现在关心，当系统和热源达到平衡时，我们研究的系统处在能量是 E_A 的量子态上的几率是多少。这个几率就是总能量分配给我们所研究的系统 E_A ，其他分配给热源的几率。由于系统相对热源较小，热源和总系统可以看作两个微正则系综，系统处在能量 E_A 的条件几率也就是热源处在能量为 $E - E_A$ 的条件几率，总系统的微观状态数为常数。所以系统处在能量为 E_A 的几率是正比于热源具有能量 $E - E_A$ 时的热源的微观态数目 $\Omega(E - E_A)$ 。所以系统处在能量为 E_A 的几率为：

$$\rho(E_A) \propto e^{\log \Omega(E - E_A)} \quad (2.10)$$

同时，由于我们假设热源很大，所以有 $E_A \ll E$ ，我们可以做级数展开 $\log \Omega(E - E_A) \approx \log \Omega(E) - \frac{\partial \log \Omega(E)}{\partial E} E_A$ 。由(2.8)，这里的微观状态数的对数对能量求偏导数后正是热源温度的倒数。 $\frac{\partial \log \Omega(E)}{\partial E} = \beta = \frac{1}{k_B T}$ 。因此我们就得到系统处于能量为 E_A 的某个量子态的几率为：

$$\rho(E_A) = \frac{1}{Z} e^{-\beta E_A} \quad (2.11)$$

这就是正则系综的几率密度函数，上式中的 Z 由下式给出。

$$Z = \sum_s e^{-\beta E_s} \quad (2.12)$$

上式中的求和遍及系统所有可能的量子态。函数 $Z(T, V, N)$ 称为系统的配分函数，一旦得到了系统的配分函数，系统所有的热力学性质就确定了。与此类似，我们还可以讨论一个与巨大热源和大粒子源接触的系统的统计性质。这时

系统可以与大热源和大粒子源交换能量和粒子数，所以只有总能量 E 和总粒子数 N 是守恒的。如果我们感兴趣系统处在具有粒子数 N_A 和能量为 E_A 的量子态的几率，我们完全可以仿照正则系综的讨论得到：

$$\rho(E_A, N_A) \propto e^{\log \Omega(E-E_A, N-N_A)} \quad (2.13)$$

由于我们现在研究的体系仍然满足 $E_A \ll E, N_A \ll N$ 。按照前面提到的熵的定义，并利用关系式(2.8)和(2.9)。可以得到：

$$\rho(E_A, N_A) = \frac{1}{\Xi} e^{-\beta E_A - \alpha N_A} \quad (2.14)$$

其中 $\beta = 1/(k_B T)$ ，反比于热源的温度， $\alpha = -\mu/(k_B T)$ 与热源的化学势和温度有关。

$\Xi(T, \mu, V)$ 称为巨正则系综的配分函数，由归一化条件决定：

$$\Xi = \sum_{E, N} e^{-\beta E - \alpha N} \quad (2.15)$$

上式中省略了下标 A ，这个分布称为巨正则分布，这样的系综称为巨正则系综。因为我们主要考虑粒子数，现在写出粒子数的热力学公式

$$\bar{N} = \rho N_A = -\frac{\partial}{\partial \alpha} \log \Xi \quad (2.16)$$

2.1.4 巨正则系综的分布函数

下面我们用巨正则系综的配分函数推导玻色子和费米子的分布函数，这个分布函数会在将来计算产额比的时候用到。我们考虑近独立的粒子体系，对于一个给定的分布 $\{a_l\}$ ，我们有关系式：

$$\sum_l a_l = N, \sum_l \varepsilon_l a_l = E \quad (2.17)$$

其中 a_l 表示在能级 ε_l 上的粒子数目。根据我们推导的巨正则系综的配分函数(2.15)相应于现在讨论的粒子体系的配分函数可以写成：

$$\Xi = \sum_{\{a_l\}} \left(\prod_l W_l \right) e^{-\sum_l (\alpha + \beta \varepsilon_l) a_l} \quad (2.18)$$

其中的权重因子 W_l 对玻色系统和费米系统的表达式为

$$W_l^{BE} = C_{w_l + a_l - 1}^{a_l}, W_l^{FD} = C_{w_l}^{a_l} \quad (2.19)$$

其中 w_l 是相应能级的简并度。下面来推导 w_l 。对于非定域玻色子系统，粒子是不可分辨的。同时，玻色子不受Pauli不相容原理的约束，每个量子态上可以占据多个粒子。因此，对于一个给定的分布 a_l ，在一个固定的能级 ε_l 上所对应的微观态的数目就是在 w_l 个不同的盒子里放置 a_l 个球的不同方式。为了计算这个组合数目，我们想象将 w_l 个不同的盒子(量子态)编号为1, 2, ...等等，并且用一个空的方框来表示；每一个球(粒子)我们用一个圆圈来表示。我们将它们混合地排成一排，并约定每两个盒子(量子态)之间的球(粒子)都填充到它们左方的盒子内。显然，这要求这一排的最左方一个位置必须是一个盒子，而不能是球。我们所要求的组合数目必须从上述排列数目中扣除粒子之间的交换全排列数目 $a_l!$ ，还要扣除除了最左方盒子以外剩下盒子的排列数 $(w_l - 1)!$ 。所以，对于能级 ε_l ，这个组合数是 $C_{w_l+a_l-1}^{a_l}$ 。对于非定域费米子系统，粒子是不可分辨的。同时，费米子受Pauli不相容原理的约束，每个量子态上最多可以占据一个粒子。因此，对于能级 ε_l ，这个数目就是从 w_l 个量子态中选出 a_l 个态的组合数，即 $C_{w_l}^{a_l}$ 。

公式(2.18)是整个推导过程的关键，现在来做一定的解释。首先，指数上的因子正是原先巨配分函数中指数上的因子。其次，原先的巨配分函数的求和是对于固定粒子数 N 下所有量子态的能量 E 求和(不含任何约束条件)。但是，由于每个能级存在简并，当一个分布 $\{a_l\}$ 给定以后，还可以有多个量子态，这些量子态所对应的指数因子是相同的。因此，它们对巨配分函数的贡献只是将一个态的贡献乘以相应的量子态数目就可以了。这个数目正是(2.19)中所示的组合数。

下面以玻色系统为例来继续证明。利用 $\sum_{\{a_l\}} \prod_l = \prod_l \sum_{a_l}$ ，我们可以将玻色系统的巨配分函数写成：

$$\begin{aligned}\Xi &= \prod_l \sum_{a_l=0}^{\infty} C_{w_l+a_l-1}^{a_l} e^{-(\alpha+\beta\varepsilon_l)a_l} \\ &= \prod_l (1 - e^{-\alpha-\beta\varepsilon_l})^{-w_l}\end{aligned}\quad (2.20)$$

其中我们在第二步利用了 $(1 - e^{-\alpha-\beta\varepsilon_l})^{-w_l}$ 的泰勒展开式。现在得到的巨配分函数的对数可以表达为

$$\log \Xi = \sum_l -w_l \log(1 - e^{-\alpha-\beta\varepsilon_l}) \quad (2.21)$$

类似于前面的(2.16)可以写出

$$\bar{a}_l = -\frac{\partial(-w_l \log(1 - e^{-\alpha-\beta\varepsilon_l}))}{\partial \alpha} \quad (2.22)$$

我们可以得到玻色系统的粒子分布

$$\bar{a}_l = \frac{w_l}{e^{\alpha + \beta \varepsilon_l} - 1} \quad (2.23)$$

用同样的方法，我们可以得到费米系统的粒子数分布

$$\bar{a}_l = \frac{w_l}{e^{\alpha + \beta \varepsilon_l} + 1} \quad (2.24)$$

2.1.5 相对论重离子对撞中的巨正则系综

下面将巨正则系综应用到重离子对撞产生的体系中，为了与其他文献一致，我们做如下代换和简化 $w_l \rightarrow g_i$ ， w_l 代表能级 l 的简并度， g_i 代表粒子的自旋简并度。 $k_B \rightarrow 1$ ， $e^\alpha \rightarrow \lambda_j$ ， $j = B, S, Q$ ，例如 $\lambda_B = e^{\mu_B/T}$ 。如果考虑所有动量区间的粒子，我们要加上一个动量的积分。我们将 (2.23) 和 (2.24) 合写在一起。对于粒子 i ，它的重子数是 B_i ，奇异数是 S_i ，电荷是 Q_i ，自旋简并度是 g_i ，质量是 m_i ，源的温度是 T ，这种粒子的密度由下式表示

$$n_i(T, \mu_B, \mu_S, \mu_Q, \gamma_S) = g_i \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left[e^{\sqrt{m_i^2 + p^2}/T} \lambda_B^{-B_i} \lambda_S^{-S_i} \lambda_Q^{-Q_i} \pm 1 \right]^{-1}, \quad (2.25)$$

上式中对玻色子取 $-$ ，对费米子取 $+$ 。对于有奇异数的粒子，按照以前文献中的理解，考虑到奇异粒子不能完全热化引入一个 γ_S 表示其热化的程度。这样完全的巨正则系综模型的粒子数密度公式写做：

$$n_i(T, \mu_B, \mu_S, \mu_Q, \gamma_S) = g_i \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left[\gamma_S^{-|\tilde{S}_i|} e^{\sqrt{m_i^2 + p^2}/T} \lambda_B^{-B_i} \lambda_S^{-S_i} \lambda_Q^{-Q_i} \pm 1 \right]^{-1}, \quad (2.26)$$

其中 $|\tilde{S}_i|$ 表示粒子 i 所带的奇异夸克的个数，对正反奇异夸克， $|\tilde{S}_i|$ 均要加1。

2.1.6 强子气体的巨正则系综

计算统计模型中粒子比要用到的最基本的量是配分函数 $Z(T, V)$ 。在巨正则系综(GC)中，

$$Z^{GC}(T, V, \mu_Q) = \text{Tr}[e^{-\beta(H - \sum_i \mu_{Q_i} Q_i)}], \quad (2.27)$$

其中 H 是系统的哈密顿量， Q_i 是守恒荷， μ_{Q_i} 是保证守恒荷 Q_i 的平均值守恒的化学势。里面的 $\beta = 1/T$ 是温度的倒数。哈密顿量 H 常取描写强子气体的哈密顿

量。实际上经常采用的是质量低于 ~ 1.5 GeV的介子和质量低于 ~ 2 GeV的重子组成的强子气体的哈密顿量。因为在这个质量范围的强子谱了解的比较清楚，各种强子的衰变性质也知道的比较多[17]。使用这种强子谱组成的哈密顿量，对于温度 $T \leq 200$ MeV 的体系，我们认为是合理的[19, 20, 21, 22]。对于更高的温度，我们需要考虑更重的共振态的贡献。各种强子和共振态之间的相互作用通常用一个Van der Waals类型的排斥势来近似。下面会详细讨论这种排斥势的影响。在配分函数中使用强子气体的哈密顿量的主要动机是这个哈密顿量包含了所有热密物质相关的自由度并且能够方便的引入共振态之间的相互作用。另外，采用这种模型的配分函数与在低于相变温度下得到的物态方程相一致[24, 25]。对于引入了电荷守恒，重子数守恒和奇异数守恒的强相互作用介质，强子气体的巨正则系综配分函数可以写成所有强子配分函数 $\ln Z_i$ 的和：

$$\ln Z(T, V, \vec{\mu}) = \sum_i \ln Z_i(T, V, \vec{\mu}), \quad (2.28)$$

其中 $\epsilon_i = \sqrt{p^2 + m_i^2}$ ， $\vec{\mu} = (\mu_B, \mu_S, \mu_Q)$ 。里面的 μ_i 分别包括重子化学势，奇异化学势和电荷化学势。对于粒子 i ，它的奇异数为 S_i ，重子数为 B_i ，电荷数为 Q_i ，自旋简并度为 g_i ，单粒子配分函数可以写为[26]

$$\ln Z_i(T, V, \vec{\mu}) = \frac{V g_i}{2\pi^2} \int_0^\infty \pm p^2 dp \ln[1 \pm \lambda_i \exp(-\beta \epsilon_i)], \quad (2.29)$$

(+)和(-)分别表示费米子和玻色子。逸度可以写为

$$\lambda_i(T, \vec{\mu}) = \exp\left(\frac{B_i \mu_B + S_i \mu_S + Q_i \mu_Q}{T}\right) \quad (2.30)$$

将指数相展开并且对方程(5.2)进行动量积分，我们可以得到

$$\ln Z_i(T, V, \vec{\mu}) = \frac{V T g_i}{2\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\pm 1)^{k+1}}{k^2} \lambda_i^k m_i^2 K_2\left(\frac{k m_i}{T}\right), \quad (2.31)$$

其中 K_2 是K贝赛尔函数，其中(+)和(-)分别表示玻色子和费米子。方程(2.31)的第一项对应玻耳兹曼近似。从方程(2.31)得到的第 i 种粒子的密度为：

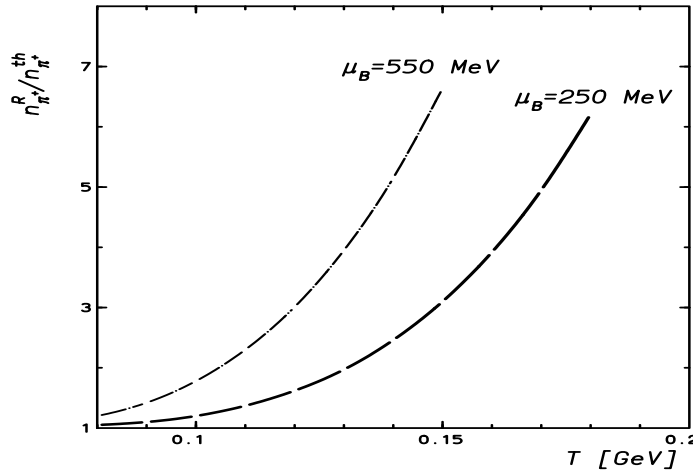


图 2.1: 来自共振态衰变的 π^+ 和来自热平衡的统计模型的 π^+ 的密度的比值。计算采用的是温度和化学势分别为 $\mu_B = 250, 550$ MeV 的强子气体模型。

$$n_i(T, \vec{\mu}) = \frac{\langle N_i \rangle}{V} = \frac{T g_i}{2\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\pm 1)^{k+1}}{k} \lambda_i^k m_i^2 K_2\left(\frac{k m_i}{T}\right), \quad (2.32)$$

配分函数(2.28)是能够描写热密物质所有热力学性质的一个很基本的量。将来描述重离子碰撞的时候，我们直接采用(2.28)。现在我们讨论一下共振态衰变对于粒子产额的贡献。共振态衰变的影响对于粒子的产额非常重要。对于粒子 i ，平均粒子数为 $\langle N_i \rangle$ ，体积参数为 V ，温度为 T ，奇异数为 S_i ，重子数为 B_i ，电荷数为 Q_i ，我们由方程(2.28)可以得到：

$$\langle N_i \rangle(T, \vec{\mu}) = \langle N_i \rangle^{th}(T, \vec{\mu}) + \sum_j \Gamma_{j \rightarrow i} \langle N_j \rangle^{th,R}(T, \vec{\mu}) \quad (2.33)$$

可以看到粒子 i 的产额有两项组成。其中第一项代表了统计模型的贡献，第二项代表了来自所有共振态的贡献。这一项实际上就是所有的衰变产物包含粒子 i 的共振态的贡献。 $\Gamma_{j \rightarrow i}$ 表示衰变过程 $j \rightarrow i$ 的分支比。方程(2.33)中相应的多重数可以由方程(2.32)得到。共振态的贡献的重要性可以从图(2.1)看出来，图(2.1)显示的是来自共振态衰变的 π^+ 和来自热平衡的统计模型的 π^+ 的密度的比值。从图上可以看到，在高温或者高密度的情况下，轻强子的多重数主要由共振态的贡献决定。即在大 T 或者大 μ_B 的情况下，强子之间的排斥相互作用应当

被引入到配分函数(5.1)中来。为了引入这种短程排斥相互作用，经常采用的方法是使用一个硬核，硬核的半径叫做排斥体积参数[22]。将这种相互作用引入到热力学的处理方法中[27]，可以看到这种硬核修正能够引起重子化学势的变化。下面讨论如何把这种硬核修正加入到我们的计算当中。这种排斥相互作用在我们讨论粒子密度的时候非常重要。然而，排斥相互作用对粒子产额比的影响非常微弱[20]。配分函数(5.1)由五个参数决定。其中只有三个是独立的。因为初始状态的自旋不对称性确定了电荷化学势，奇异数中性条件确定了奇异化学势。因此，从粒子多重数上看，我们只剩下温度 T 和强子化学势 μ_B 两个独立参数。在图(2.2)中我们可以看出由奇异数中性条件得到的关系式 $\mu_S = \mu_S(T, \mu_B)$ 。在低温情况下，这个关系是高度非线性的。而在高温情况下， μ_S 和 μ_B 几乎是线性的。由图(2.2)可见， $T \sim 200$ MeV 及 $\mu_B \sim 300$ MeV， $\mu_S \sim \frac{1}{3}\mu_B$ 。这种关系是由QGP中的奇异数中性条件得到的。在这种强子气体的描述中，这只是一个偶然，没有什么动力学原因。

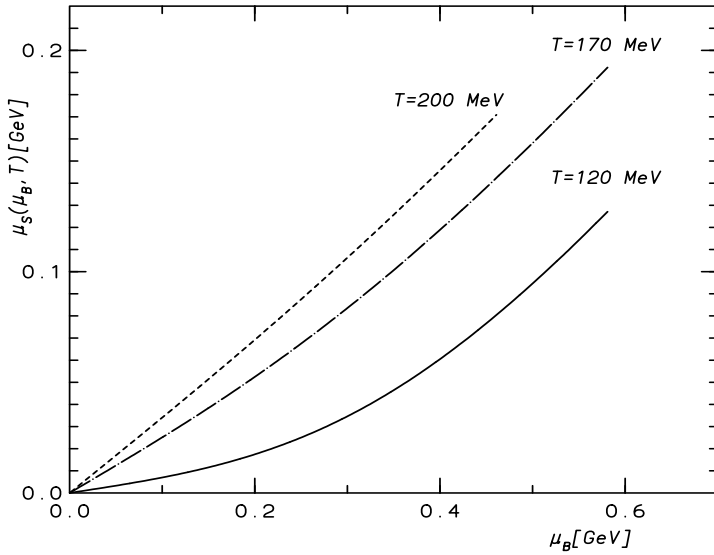


图 2.2: 在温度为120, 170 和200 MeV时的奇异化学势 μ_S 随重子化学势的变化关系。以上结果是通过在强子气体中加上奇异数中性条件得到的。

在低能的情况下，一般对于 $T < 100$ MeV，就必须考虑方程(2.33)中共振态的宽度[30, 32]。这是因为来自共态衰变的轻粒子的数目会因共振态的宽度而增加。在应用中，共振态 Δ 的宽度是最重要的[32, 33]。因此，把共振态的宽度近似为 δ 函数并不是合理的。在假设Boltzmann统计的情况下，我们将方程(2.31)中的配分函数替换为：

$$\ln Z_R = N \frac{V d_R}{2\pi^2} T \exp[(B_R \mu_B + Q_R \mu_Q + S_R \mu_S)/T] \int_{s_{min}}^{s_{max}} ds s K_2(\sqrt{s}/T) \frac{1}{\pi} \frac{m_R \Gamma_R}{(s - m_R^2)^2 + m_R^2 \Gamma_R^2} \quad (2.34)$$

其中 s_{min} 是共振态衰变的阈值, $\sqrt{s_{max}} \sim m_R + 2\Gamma_R$ 。规一化常数 N 保证 Breit-Wigner 的积分为 1。上面配分函数曾被用来描述重离子对撞中粒子的产额[34]–[35, 36]。我们比较了理论值和从 AGS 到 RHIC 的实验数据。我们用各种不同的粒子产额比来确定统计模型的参数 (T, μ_B) 。在下面一章里我们将展示 RHIC, SPS 和 AGS 上最近的分析结果。

2.2 加入了 U(1) 对称性的统计模型

对于体积很小的高能对撞体系, 考虑到各种守恒量的作用, 各种产生粒子的量子数具有严格的 $U(1)$ 对称性。在这种情况下, 粒子的粒子数密度函数会受到这种对称性的影响。下面我们就来推导具有这种 $U(1)$ 对称性的体系的统计模型公式。首先可以考虑在巨正则系综的基础上加入这种对称性的限制。举个最简单的例子, 系统的重子数守恒表现为 $B = N - \bar{N}$, N 和 $\bar{N}$ 分别代表重子和反重子的数目, B 代表净重子数目, 是个守恒量。模仿非相对论理想气体的巨正则系综的配分函数

$$\Xi_N(T, V, \lambda) = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{\lambda^N}{N!} Q_1(T, V)^N = \exp[\lambda Q_1(T, V)] \quad (2.35)$$

$Q_1(T, V)$ 代表单粒子配分函数。因为对于非相对论理想气体, 正则系综的配分函数

$$\begin{aligned} Q_N(T, V) &= \frac{1}{N! h^{3N}} \int d^{3N} p d^{3N} q e^{-\beta H(\vec{p}, \vec{q})} \\ &= \frac{1}{N!} \left[\frac{V}{h^3} (2\pi m k_B T)^{3/2} \right]^N = \frac{1}{N!} [Q_1(T, V)]^N \end{aligned} \quad (2.36)$$

其中 $H(\vec{p}, \vec{q}) = \sum_{i=1}^{3N} \frac{p_i^2}{2m}$ 。而

$$\Xi_N(T, V, \lambda) = \sum_{N \geq 0} \lambda^N Q_N(T, V) \quad (2.37)$$

相对论重粒子对撞中的统计模型以及重味粒子探测器读出电子学

其中 $\lambda = e^{\mu/k_B T}$ 。构造如下配分函数

$$\ln \Xi_N(T, V, \lambda_B) = (\lambda_B + 1/\lambda_B) Q_1(T, V) \quad (2.38)$$

其中 $1/\lambda_B$ 代表反重子。这样可以得到粒子数的平均值

$$\langle B \rangle = \lambda_B \frac{\partial}{\partial \lambda_B} \ln \Xi = (\lambda_B - 1/\lambda_B) Q_1(T, V) \quad (2.39)$$

为了能够单独计算重子和反重子得数目，还需要引入两个参数 $\lambda, \bar{\lambda}$ ，这样

$$\ln \Xi_N(T, V, \lambda_B, \lambda, \bar{\lambda}) = (\lambda \lambda_B + \bar{\lambda}/\lambda_B) Q_1(T, V) \quad (2.40)$$

$$\langle B \rangle = \lambda_B \frac{\partial}{\partial \lambda_B} \ln \Xi(T, V, \lambda_B, 1, 1) \quad (2.41)$$

$$\langle N \rangle = \lambda \frac{\partial}{\partial \lambda} \ln \Xi(T, V, \lambda_B, \lambda, 1) |_{\lambda=1} \quad (2.42)$$

$$\langle \bar{N} \rangle = \bar{\lambda} \frac{\partial}{\partial \bar{\lambda}} \ln \Xi(T, V, \lambda_B, 1, \bar{\lambda}) |_{\bar{\lambda}=1} \quad (2.43)$$

$$(2.44)$$

这样就得到了一个能够描写相对论体系的巨正则系综。

在很多情况下，巨正则系综的描述是不足够的，因为实际的高能碰撞产生体系并没有和巨大的粒子源接触，一个正则系综的描述会更接近真实的高能碰撞产生体系。下面的部分主要研究重子数 B 和奇异数 S 的守恒对正则系综的影响。首先只研究重子数 B 的影响，即 $U(1)_B$ 群对正则系综的影响。然后再把重子数 B 和奇异数 S 的守恒结合起来，研究 $U(1)_B \times U(1)_S$ 群对正则系综的影响。在下面的推导中，为了推导方便，我们将忽略量子统计的影响，即不区分玻色子和费米子，所有的粒子按照玻尔兹曼粒子对待。我们也将忽略粒子间的相互作用，这样，研究的对象就是玻耳兹曼气体。

设 $\chi^\alpha(\phi_1, \dots, \phi_r)$ 是一个 $d(\alpha)$ 维内部对称群的特征标， α 表示不同的内部对称群。群的秩是 r ， $U^\alpha(\phi_1, \dots, \phi_r)$ 是这个群的不可约表示。模仿从正则系综到巨正则系综的变化，我们用特征标取代逸度，配分函数的生成函数写成：

$$\tilde{Z}(T, V, \phi_1, \dots, \phi_r) := \sum_\alpha \frac{\chi^\alpha(\phi_1, \dots, \phi_r)}{d(\alpha)} Z_\alpha(T, V) \quad (2.45)$$

其中 $Z_\alpha(T, V)$ 是有内部对称群修正的正则系综的配分函数。之所以把这个函数叫做生成函数，将在后面解释。利用群的正交关系。

$$\int d\mu(\phi_1, \dots, \phi_r) \bar{\chi}^\alpha(\phi_1, \dots, \phi_r) \chi^{\alpha'}(\phi_1, \dots, \phi_r) = \delta_{\alpha\alpha'} \quad (2.46)$$

可以通过正交关系，解出正则系综的配分函数。

$$Z_\alpha(T, V) = d(\alpha) \int d\mu(\phi_1, \dots, \phi_r) \bar{\chi}^\alpha(\phi_1, \dots, \phi_r) \tilde{Z}(T, V, \phi_1 \dots \phi_r) \quad (2.47)$$

其中 $d\mu(\phi_1, \dots, \phi_r)$ 是群的度规。如果我们能够得到生成函数 $\tilde{Z}(T, V, \phi_1 \dots \phi_r)$ ，并且能够计算出(2.47)中的积分。我们就可以得到有内部对称群修正的正则系综的配分函数。

在[37, 38]中生成函数可以如下表示

$$\tilde{Z}(T, V, \phi_1 \dots \phi_r) = \exp \left[\sum_\alpha \frac{\chi^\alpha(\phi_1, \dots, \phi_r)}{d(\alpha)} Z_\alpha^1(T, V) \right] \quad (2.48)$$

其中 $Z_\alpha^1(T, V)$ 是相对论系统的单粒子配分函数，它可以写为如下形式

$$Z_\alpha^1(T, V) = \frac{VT^3}{2\pi^2} \left(\frac{m}{T}\right)^2 K_2\left(\frac{m}{T}\right) \quad (2.49)$$

上式的推导利用到 $\int dp^3 \exp[-(p^2 + m^2)^{1/2}/T] = 4\pi m^2 T K_2(m/T)$ 。上面这种方法即可以用于阿贝尔群，也可以用于非阿贝尔群。现面我们考虑重子数守恒和奇异数守恒，因为它们都和 $U(1)$ 群对应，特征标相对简单。

$$\chi_{U(1)_B}^B(\varphi) = e^{iB\varphi} \quad (2.50)$$

$$\chi_{U(1)_S}^S(\varphi) = e^{iS\varphi} \quad (2.51)$$

$$\chi_{U(1)_B \times U(1)_S}(\phi, \varphi) = \chi_{U(1)_B}^B \times \chi_{U(1)_S}^S = e^{i(B\phi + S\varphi)} \quad (2.52)$$

所以

$$Z_B(T, V) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-iB\varphi} \tilde{Z}(T, V, \varphi) d\varphi \quad (2.53)$$

$$Z_{B,S}(T, V) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-iB\varphi} \tilde{Z}(T, V, \varphi, \phi) d\varphi d\phi \quad (2.54)$$

为了讨论重子数守恒，我们可以考虑 N 和 $\bar{N}$ 。如果要考虑重子数守恒和奇异数守恒，我们考虑 $K, \bar{K}, N, \bar{N}, \Lambda, \bar{\Lambda}, \Sigma, \bar{\Sigma}$ 作为输入粒子。注意不通的粒子有不通的自旋和同位旋多重态

$$\ln \tilde{Z}_B(T, V, \varphi) = g_N Z_N^1(T, V) (e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}) = 2g_N Z_N^1(T, V) \cos(\varphi) \quad (2.55)$$

同样的道理，

$$\ln \tilde{Z}_{B,S}(T, V, \varphi, \phi) = 2g_N Z_N^1(T, V) \cos(\varphi) \quad (2.56)$$

$$+ 2g_K Z_K^1(T, V) \cos(\phi) + 2g_\Lambda Z_\Lambda^1(T, V) \cos(\phi - \varphi) \quad (2.57)$$

把上式插入到 (2.54) 中, 我们就可以得到想要的正则系综的配分函数的表达式。剩下的问题就是一个如何计算积分的问题。这个将会在后面讨论。

现在讨论如何计算平均粒子数, 我们将 (2.55) 中的正反粒子分开,

$$\ln \tilde{Z}_B(T, V, \varphi) = g_N Z_N^1(T, V) e^{i\varphi + g_{\bar{N}} Z_{\bar{N}}^1(T, V) e^{-i\varphi}} \quad (2.58)$$

然后类似在巨正则系综中引入逸度, 对于各种粒子, 我们引入逸度 λ , 并做代换 $Z_i^1 \rightarrow \lambda_i Z_i^1$ 。每种粒子的平均粒子数可写为

$$\langle N_i \rangle = \lambda_i \frac{\partial}{\partial \lambda_i} \ln Z_{B,S}(T, V) |_{all \lambda=1} \quad (2.59)$$

如果所有的积分收敛, 我们可以在积分下求导数, 这样计算起来更方便。

我们主要关心的是当重子数密度与原子核密度相近的情况。在这种情况下, 我们可以将原来的变量 $\{B, V\}$ 替换为新的变量 $\{B, c\}$ 。其中的 c 代表相对于正常的核密度的偏离。定义

$$V_0 : = \frac{4\pi}{3m_\pi^3} \quad (2.60)$$

$$V_B : = BV_0 \quad (2.61)$$

$$c : = \frac{V_B}{V} = \frac{BV_0}{V} \quad (2.62)$$

其中 m_π 是 π 介子的质量。这个质量和体系强子化的温度很接近, 在后面我们将要用这个温度替换 m_π 。 c 在真实原子核的值接近 1。显然, 以上定义的适用条件是 $B > 1$, 以上的定义的好处是, 如果 c 不变而 B 从 1 增长到 ∞ 可以对应从实验室体系到巨大的核天体物质。

从 (2.55) (2.57) 可以看到, 单粒子配分函数前面一直有个简并度因子 g , 又考虑到配分函数都正比于体积 V 。我们有:

$$\begin{aligned} g_i Z_i^1 &= \frac{V}{V_0} \left[\frac{g_i V_0 T^3}{2\pi^2} \left(\frac{m_i}{T} \right)^2 K_2 \left(\frac{m_i}{T} \right) \right] \\ &= : \frac{V}{V_0} z_i = \frac{B}{c} z_i \end{aligned} \quad (2.63)$$

如果认为强子化的温度接近 π 介子的质量, 我们发现

$$z_i := \frac{2g_i}{3\pi} \left(\frac{m_i}{T} \right)^2 K_2 \left(\frac{m_i}{T} \right) \quad (2.64)$$

z_i 可以理解为粒子 i 在体积 V_0 的单粒子配分函数。

下面再引入一个有用的量 a_i

$$a_i := \frac{2z_i}{c} = \frac{2V}{BV_0} z_i = \frac{2}{B} g_i Z_i^1 \quad (2.65)$$

接下来我们推导只包含重子数守恒的 $U(1)_B$ 群的正则系综的公式。从 (2.54) (2.55) 和 (2.63) 我们得到：

$$\begin{aligned} Z_B(T, V) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-iB\varphi} \exp \left[\frac{2B}{c} z_N \cos(\varphi) \right] d\varphi \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(B\varphi) \exp \left[\frac{2B}{c} z_N \cos(\varphi) \right] d\varphi \\ &= I_B \left(\frac{2B}{c} z_N \right) = I_B(Ba_N) \end{aligned} \quad (2.66)$$

其中

$$a_N = \frac{2z_N}{c} = \frac{2V}{BV_0} z_N = \frac{2}{B} g_N Z_N^1 \quad (2.67)$$

对于 $B = 0$ 的情况，我们应该将 B/c 替换为 V/V_0 。对于 $B \rightarrow \infty$ 的情况，可以求得：

$$Z_B(T, c) \sim_{B \rightarrow \infty} \frac{\exp(B\sqrt{1+a_N^2})}{\sqrt{2\pi B}} \left(\frac{a_N}{1 + \sqrt{1+a_N^2}} \right)^B \left(\frac{1}{\sqrt{1+a_N^2}} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (2.68)$$

对于同时考虑重子数守恒和奇异数守恒的情况，我们知道在这种情况下无法解析求解，我们需要一种近似的方法。对于只考虑重子数守恒的情况，如果我们不作解析求解，看该如何来近似计算。

高斯近似：回到 (2.66)，并利用 (2.67) 有：

$$Z_B(T, V) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(B\varphi) \exp[Ba_N \cos(\varphi)] d\varphi \quad (2.69)$$

对于 $B \rightarrow \infty$ 的情况，可以认为只有很小的 φ 值会对上式有贡献。因此可以近似认为 $\cos(\varphi) \cong 1 - \varphi^2/2$

$$\begin{aligned} Z_B(T, V) &\cong e^{Ba_N} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(B\varphi) \exp[Ba_N \varphi^2/2] d\varphi \\ &= \exp \left[B \left(a_N - \frac{1}{2a_N} \right) \right] / \sqrt{2\pi Ba_N} \end{aligned} \quad (2.70)$$

车比雪夫近似：这种方法以前被引入来计算车比雪夫级数的近似，利用以下恒等式：

$$\exp[Ba_N \cos(\varphi)] = \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{d\omega}{\omega - \cos(\varphi)} \exp[Ba_N \omega] \quad (2.71)$$

然后利用关系式

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{\cos(B\varphi)}{\omega - \cos(\varphi)} d\omega = \left[\sqrt{\omega^2 - 1} (\omega + \sqrt{\omega^2 - 1})^B \right]^{-1} \quad (2.72)$$

可以得到

$$Z_B(T, c) = \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{\exp[Ba_N \omega] d\omega}{\sqrt{\omega^2 - 1} (\omega + \sqrt{\omega^2 - 1})^B} \quad (2.73)$$

这里的路径积分要满足 $|\omega| > 1$ 。从 (2.73) 可以看到被积函数的最小值在

$$x_0 = \sqrt{1 + a_N^2/a_N} \quad (2.74)$$

上面的路径积分可以近似为

$$\begin{aligned} Z_B(T, c) &\cong \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[\rho(x_0) - \frac{1}{2}\rho''(x_0)y^2] dy \\ &= \exp[\rho(x_0)] \sqrt{\frac{1}{2\pi\rho''(x_0)}} \end{aligned} \quad (2.75)$$

其中

$$\rho(x) = Ba_N x - B \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) - \frac{1}{2} \ln(x^2 - 1) \quad (2.76)$$

对于 $B \rightarrow \infty$ 的情况下，得到

$$Z_B(T, c) \sim_{B \rightarrow \infty} \frac{\exp(B\sqrt{1 + a_N^2})}{\sqrt{2\pi B}} \left(\frac{a_N}{1 + \sqrt{1 + a_N^2}} \right)^B \left(\frac{1}{\sqrt{1 + a_N^2}} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (2.77)$$

与前面解析计算的结果 (2.68) 相同。

现在同时考虑重子数守恒和奇异数守恒对正则系统配分函数的影响，根据前面的 (2.54)，我们有

$$\begin{aligned} Z_{B,S}(T, V) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} e^{-iB\phi} \exp[2\frac{V}{V_0} z_n \cos(\phi)] \\ &\int_0^{2\pi} e^{-iS\varphi} \exp[2\frac{V}{V_0} (z_K \cos \varphi + z_y \cos(\phi - \varphi))] d\phi d\varphi \end{aligned} \quad (2.78)$$

其中 $z_y := z_\Lambda + z_\Sigma$ ，在第二行的指数项里，可以写做

$$z_k \cos \varphi + z_y \cos(\phi - \varphi) := z(\phi) \cos(\varphi - \alpha(\phi)) \quad (2.79)$$

其中

$$\begin{aligned} z(\varphi) &:= (z_K^2 + 2z_K z_y + z_y^2)^{\frac{1}{2}} \\ e^{i\alpha(\phi)} &:= \frac{z_K}{z(\phi)} + \frac{z_y}{z(\phi)} e^{i\phi} \\ \alpha(-\phi) &= -\alpha(\phi) \end{aligned} \quad (2.80)$$

因为对 φ 的积分是从 0 到 2π ，我们可以移动 $\alpha(\phi)$ 角。这样我们得到：

$$\begin{aligned} Z_{B,S}(T, V) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} e^{-iB\phi} e^{-iS\alpha(\phi)} \exp[2\frac{V}{V_0} z_n \cos \phi] \\ &\quad \int_0^{2\pi} e^{-iSt} \exp(2\frac{V}{V_0} z \cos t) d\phi dt \end{aligned} \quad (2.81)$$

后面的积分等效于 $I_S[(2V/V_0)z]$ 。因此

$$Z_{B,S}(T, V) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-iB\phi} e^{-iS\alpha(\phi)} \exp[2\frac{V}{V_0} z_n \cos \phi] I_S[(2V/V_0)z] d\phi \quad (2.82)$$

将上式中的积分区间分为 0 到 π 和 π 到 2π 两部分，然后利用被积函数的奇偶性得：

$$Z_{B,S}(T, V) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(B\phi + S\alpha(\phi)) \exp[2\frac{V}{V_0} z_n \cos \phi] I_S[(2V/V_0)z] d\phi \quad (2.83)$$

这个积分不能被解析算出来。

平均粒子数：我们使用前面提到的方法，如果要计算粒子 i 的平均粒子数，就引入这种粒子相应的逸度 λ ，做微分然后让 $\lambda = 1$ ，而保持配分函数中其他的部分不变。这种方法适用于所有的粒子，下面我们用来举例说明。

将 (2.78) 写为：

$$\begin{aligned} Z_{B,S}(T, V) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} e^{-iB\phi} \exp[2\frac{V}{V_0} z_n \cos(\phi)] \\ &\quad \int_0^{2\pi} e^{-iS\varphi} \exp[2\frac{V}{V_0} (z_K \cos \varphi + z_\Sigma \cos(\phi - \varphi)) \\ &\quad + \frac{V}{V_0} z_\Lambda (\lambda e^{i(\phi-\varphi)} + \lambda e^{-i(\phi-\varphi)})] d\phi d\varphi \end{aligned} \quad (2.84)$$

这样

$$\begin{aligned}
 \langle \Lambda \rangle_{B,S} &= \lambda \frac{\partial \ln Z_{B,S}(T, V)}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda=1} \\
 &= \frac{V z_\Lambda}{Z_{B,S}(T, V) V_0} \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} e^{-i(B-1)\phi} \exp\left[2 \frac{V}{V_0} z_n \cos(\phi)\right] \\
 &\quad \int_0^{2\pi} e^{-i(S+1)\varphi} \exp\left[2 \frac{V}{V_0} (z_K \cos \varphi + z_y \cos(\phi - \varphi))\right] d\phi d\varphi \quad (2.85)
 \end{aligned}$$

对比 (2.78)，我们可以得到：

$$\langle \Lambda \rangle_{B,S} = z_\Lambda \frac{V}{V_0} \frac{Z_{B-1, S+1}}{Z_{B,S}} \quad (2.86)$$

由此可以类推，对于重子数为 B_i ，奇异数为 S_i 的粒子，它的平均粒子数为：

$$\langle n_i \rangle_{B,S} = z_i(m_i, T) \frac{V}{V_0} \frac{Z_{B-B_i, S-S_i}(T, V)}{Z_{B,S}(T, V)} \quad (2.87)$$

使用车比雪夫近似计算 $Z_{B,S}(T, V)$ 。我们计算的粒子的重子数，奇异数可能是任意数，首先考虑从 $-1, 0, 1$ 中取值。我们将 (2.80) 中的 $e^{i\alpha}$ 插入到 (2.82) 可以得到：

$$\begin{aligned}
 Z_{B,S=\pm 1} &= \frac{z_K}{\pi} \int_0^\pi \cos(B\varphi) F_1(\cos \varphi) d\varphi + \frac{z_y}{\pi} \int_0^\pi \cos[(B \pm 1)\varphi] F_1(\cos \varphi) d\varphi \\
 Z_{B,S=0} &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(B\varphi) F_0(\cos \varphi) d\varphi \quad (2.88)
 \end{aligned}$$

其中

$$F_1(\cos \varphi) := \exp\left(\frac{2V}{V_0} z_N \cos \varphi\right) \frac{I_1\left(\frac{2V}{V_0} z(\varphi)\right)}{z(\varphi)} \quad (2.89)$$

$$F_0(\cos \varphi) := \exp\left(\frac{2V}{V_0} z_N \cos \varphi\right) \frac{I_0\left(\frac{2V}{V_0} z(\varphi)\right)}{z(\varphi)} \quad (2.90)$$

要计算的积分类型如下：

$$J_B^{(\sigma)} := \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos B\varphi F_\sigma(\cos \varphi) d\varphi \quad (2.91)$$

其中 $\sigma = 0, 1$ 。可以将 $F_\sigma(\cos \varphi)$ 写为

$$F_\sigma(\cos \varphi) = \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{F_\sigma(\omega) d\omega}{\omega - \cos \varphi} \quad (2.92)$$

将上式插入到 (2.91) 中, 然后对 φ 积分, 可以得到:

$$J_B^{(\sigma)} = \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{F_\sigma(\omega) d\omega}{\sqrt{\omega^2 - 1}(\omega + \sqrt{\omega^2 - 1})^B} \quad (2.93)$$

为了下面的推导方便, 我们引入如下变量:

$$w := \cosh \gamma \quad (2.94)$$

上式中的 γ 满足

$$\frac{1}{\sqrt{\omega^2 - 1}(\omega + \sqrt{\omega^2 - 1})^B} = \frac{e^{-B\gamma}}{\sinh \gamma} \quad (2.95)$$

贝赛尔函数的自变量

$$x : = \frac{2V}{V_0} z(\varphi) = \frac{2V}{V_0} \sqrt{z_K^2 + 2z_K z_y \varpi + z_y^2} \quad (2.96)$$

$$z_S : = \sqrt{2z_K z_y} \quad (2.97)$$

$$q : = \frac{z_K^2 + z_y^2}{2z_K z_y} \quad (2.98)$$

我们可以得到:

$$x = \frac{2V}{V_0} z_S \sqrt{q + \omega} \quad (2.99)$$

利用鞍点近似, 我们可以得到:

$$J_B^{(\sigma)} = \frac{1}{2\pi i} \oint \exp[\rho_0(\omega)] d\omega \quad (2.100)$$

$$\rho_0(\omega) : = \frac{2V}{V_0} z_N \omega + \ln I_0(x) - B\gamma - \ln(\sinh \gamma) \quad (2.101)$$

$$\rho_1(\omega) : = \frac{2V}{V_0} z_N \omega + \ln I_1(x) - B\gamma - \ln(z_S \sqrt{q + \omega}) - \ln(\sinh \gamma) \quad (2.102)$$

$$(2.103)$$

由于

$$\frac{\exp(\frac{2V}{V_0} z_N \omega)}{\sqrt{\omega^2 - 1}(\omega + \sqrt{\omega^2 - 1})^B} \approx \frac{\exp(\frac{2V}{V_0} z_N \omega)}{\omega^{B+1}} \quad (2.104)$$

相对论重粒子对撞中的统计模型以及重味粒子探测器读出电子学

压低了远离鞍点的振荡项，对于 $V, B \rightarrow \infty$ 的情况，我们只需要考虑鞍点 ω_0 的贡献

$$J_B^{(\sigma)} \approx \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[\rho_\sigma(\omega_0) - \frac{y^2}{2} \rho_\sigma''(\omega_0)] dy = e^{\rho_\sigma(\omega_0)} \sqrt{\frac{1}{2\pi \rho_\sigma''(\omega_0)}} \quad (2.105)$$

因为 $B \rightarrow \infty$ ，我们可以去掉不含 B 的项

$$\rho_0(\omega) \frac{2V}{V_0} z_N \omega + \ln I_0(x) - B\gamma \quad (2.106)$$

$$\rho_1(\omega) \approx \frac{2V}{V_0} z_N \omega + \ln I_1(x) - B\gamma - \ln(z_S \sqrt{q + \omega}) \quad (2.107)$$

并且

$$\begin{aligned} \frac{dI_0(x)}{dx} &= I_1(x) \\ \frac{dI_1(x)}{dx} &= I_0(x) - \frac{I_1(x)}{x} \\ \frac{I_0}{I_1} &\approx_{x \rightarrow \infty} 1 + \frac{1}{2x} + O\left(\frac{1}{x^2}\right) \\ \frac{I_1}{I_0} &\approx_{x \rightarrow \infty} 1 - \frac{1}{2x} + O\left(\frac{1}{x^2}\right) \end{aligned} \quad (2.108)$$

进一步的

$$\begin{aligned} \gamma' &= \frac{1}{\sinh x} = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 - 1}} \\ x' &= \frac{Bz_S}{c} \frac{1}{\sqrt{q + \omega}} \\ x'' &= -\frac{Bz_S}{c} \frac{1}{\sqrt{q + \omega}^3} \end{aligned} \quad (2.109)$$

我们可以通过 ω 满足的方程用迭代的方法求得鞍点的位置，最后可以得到

$$J_B^{(0)} = \frac{\exp(2 \frac{Vz_N}{V_0} \omega_0) I_0(2 \frac{Vz_N}{V_0} \sqrt{q + \omega_0})}{\sqrt{\omega_0^2 - 1} (\omega_0 + \sqrt{\omega_0^2 - 1})^B \sqrt{(2\pi \rho_0''(\omega_0))}} \quad (2.110)$$

$$J_B^{(1)} = \frac{\exp(2\frac{Vz_N}{V_0}\omega_0)I_0(2\frac{Vz_N}{V_0}\sqrt{q+\omega_0})}{\sqrt{\omega_0^2-1}(\omega_0+\sqrt{\omega_0^2-1})^B z_S \sqrt{q+\omega_0} \sqrt{(2\pi\rho_1''(\omega_0))}} \quad (2.111)$$

$$Z_{B,\pm 1}(T, V) = z_K J_B^{(1)} + z_y J_{B\pm 1}^{(1)} \quad (2.112)$$

$$Z_{B,0}(T, V) = J_B^{(0)} \quad (2.113)$$

以上完成了对于奇异数为 0 ± 1 的包含重子数奇异数守恒的正则系综的推导，详细的推导参见[39]。对于奇异数大于1的情况的推导参见[40]

2.2.1 正则系综的粒子密度

上面我们主要讨论了具有 $U(1)$ 对称性的巨正则系综和正则系综的配反函数，下面我们主要讨论具有 $U(1)$ 对称性的正则系综的粒子密度。

在核核碰撞中，重子数，电荷数和奇异数的值由初始条件确定。要知道这些粒子的产额，我们需要一个考虑所有守恒量子数的正则系综的粒子密度公式。现在我们也是只考虑两个守恒量子数的正则系综公式，其他的量子数用巨正则系综处理。相应的正则系综的配分函数可以写为：

$$Z_S = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi e^{-iS\phi} \tilde{Z}(T, V, \phi) \quad (2.114)$$

且

$$Z_{B,S} = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi e^{-iQ\phi} \int_0^{2\pi} d\psi e^{-iS\psi} \tilde{Z}(T, V, \phi, \psi) \quad (2.115)$$

其中 $\tilde{Z}$ 类似于巨正则系综的配分函数，就是将逸度参数 λ_B ， λ_S 分别替换为 $e^{i\phi}$ 和 $e^{i\psi}$ 的巨正则系综的配分函数。

$$\tilde{Z}(T, V, \phi) = Z^{GC}(T, V, \lambda_B \rightarrow e^{i\phi}, \lambda_S \rightarrow e^{i\psi}) \quad (2.116)$$

上面方程中的 $\tilde{Z}$ 是与采用的模型有关的。在上面的描写重离子碰撞的统计模型中，我们使用的是强子气体模型。我们现在忽略了强子或共振态之间的相互作用，也忽略热密介质对粒子性质的影响。但是我们知道，在低密度的情况下，共振态宽度对强子气体性质的影响已经比较重要了[42, 43, 44, 45]。为了简单起见，我们对所有的粒子使用玻耳兹曼统计。

在使用了上面的近似，再忽略了多奇异数重子的贡献后，方程(2.114)中的生成函数可以写为

$$\tilde{Z}(T, V, \mu_Q, \mu_B, \phi) = \exp(N_{s=0} + N_{s=1}e^{i\phi} + N_{s=-1}e^{-i\phi}) \quad (2.117)$$

其中 $N_{s=0,\pm 1}$ 是所有奇异数为 $0, \pm 1$ 的粒子数的和。

$$N_{s=0,\pm 1} = \sum_k Z_k^1 \quad (2.118)$$

Z_k^1 是单粒子配分函数，其定义如下：

$$Z_k^1 = \frac{V g_k}{2\pi^2} m_k^2 T K_2(m_k/T) \exp(B_k \mu_B + Q_k \mu_Q) \quad (2.119)$$

其中 m_k 是粒子质量， g_k 是粒子的自旋简并度， B_k 是重子数， Q_k 是电荷数。系统的体积为 V ，电荷化学势和强子化学势分别为 μ_Q 和 μ_B 。

对于(2.117)中的生成函数，正则系宗的配分函数可以从方程(2.114–2.116)中得到：

$$Z_S = Z_0 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi e^{-iS\phi} e^{S_1 e^{i\phi} + S_{-1} e^{-i\phi}}, \quad (2.120)$$

其中 $Z_0 = \exp(N_{S=0})$ 是所有粒子的奇异数都为0是体系的配分函数， $S_{\pm 1} = N_{s=\pm 1}$ 其中 $N_{s=\pm 1}$ 按照方程(2.118)的定义。

为了计算配分函数(2.120)。我们可以将它展开成幂级数然后逐相对 ϕ 积分[46]。上面的方程可以重写为：

$$Z_S = Z_0 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi e^{-iS\phi} e^{\sqrt{S_1 S_{-1}} (\sqrt{\frac{S_1}{S_{-1}}} e^{i\phi} + \sqrt{\frac{S_{-1}}{S_1}} e^{-i\phi})}, \quad (2.121)$$

使用下面的关于贝赛尔函数 $I_S(x)$ 的关系式

$$e^{\frac{x}{2}} \left(t + \frac{1}{t}\right) = \sum_{-\infty}^{+\infty} t^S I_S(x), \quad (2.122)$$

我们可以得到，在对 ϕ 积分后，净奇异数为 S 的强子气体的正则系综的配分函数为：

$$Z_S(T, V, \mu_B, \mu_Q) = Z_0(T, V, \mu_B, \mu_Q) \left(\frac{S_1}{S_{-1}} \right)^{S/2} I_S(x) \quad (2.123)$$

其中贝赛尔函数的自变量是

$$x = 2\sqrt{S_1 S_{-1}}. \quad (2.124)$$

在正则系综的公式中，粒子 k 的密度 n_k 的计算非常直接。我们做替换

$$Z_k^1 \mapsto \lambda_k Z_k^1 \quad (2.125)$$

然后将方程(2.120)中的配分函数做关于逸度 λ_k 的微分。

$$n_k^C = \lambda_k \left. \frac{\partial}{\partial \lambda_k} \ln Z_S(\lambda_k) \right|_{\lambda_k=1} \quad (2.126)$$

例如，我们要计算在净奇异数为 S 的环境中的 K^+ 和 K^- 的正则系综的粒子密度

$$n_{K^+}^C = \frac{Z_{K^+}^1}{V} \frac{S_{-1}}{\sqrt{S_1 S_{-1}}} \frac{I_{S-1}(x)}{I_S(x)} \quad n_{K^-}^C = \frac{Z_{K^-}^1}{V} \frac{S_1}{\sqrt{S_1 S_{-1}}} \frac{I_{S+1}(x)}{I_S(x)}, \quad (2.127)$$

其中 $x = \sqrt{S_1 S_{-1}}$ ， Z^1 的定义在(2.119) 和(2.120)中。

对于 $S_1 = S_{-1}$ 这种特殊情况，上方方程的结果和用输运模型计算的结果一致。

配分函数(2.121)和相应的粒子数密度公式(2.127)的推导是在忽略了多奇异数重子的贡献的假设些得到的。然而，多奇异数重子是重离子碰撞的一个很重要的性质。因此，上面的正则系综的公式应该进一步延伸，以便用来描写多奇异数重子。在整体奇异数中性条件 $S = 0$ 下，考虑了 $s = \pm 1, \pm 2, \pm 3$ 的重子后的方程(2.120)中的正则系综的配分函数被替换为

$$Z_{S=0}^C = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\phi \exp \left(\sum_{n=-3}^3 S_n e^{in\phi} \right), \quad (2.128)$$

其中 $S_n = \sum_k Z_k^1$, 求和是对 n 个配分函数为 Z_k^1 的奇异粒子或共振态。 Z_k^1 的定义参见(2.119)。

由于方程(2.128)中的被积函数含有很强烈的振荡项, 配分函数很难用解析的方法积分出来。然而, 配分函数对 ϕ 积分后, 振荡项就能够被分离出来。我们将方程(2.128)重写为

$$Z_{S=0}^C = \frac{1}{2\pi} e^{S_0} \int_{-\pi}^{\pi} d\phi \prod_{n=1}^3 \exp \left[\frac{x_s}{2} (a_n e^{in\phi} + a_n^{-1} e^{-in\phi}) \right], \quad (2.129)$$

使用关系式(2.122), 我们在积分之后发现[48]

$$Z_{S=0}^C = e^{S_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} a_3^p a_2^n a_1^{-2n-3p} I_n(x_2) I_p(x_3) I_{-2n-3p}(x_1), \quad (2.130)$$

其中

$$a_i = \sqrt{S_i/S_{-i}}, \quad x_i = 2\sqrt{S_i S_{-i}} \quad (2.131)$$

其中 I_n 是贝塞尔函数

粒子密度的表达式 n_i 可以从方程(2.126) 和(2.128)中得到。对于奇异数为 s 的粒子 i , 我们可以得到

$$n_i = \frac{Z_i^1}{Z_{S=0}^C} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} a_3^p a_2^n a_1^{-2n-3p-s} I_n(x_2) I_p(x_3) I_{-2n-3p-s}(x_1). \quad (2.132)$$

在 $x_2 \rightarrow 0$ 和 $x_3 \rightarrow 0$ 的极限情况下, 只取方程(2.130)中的 $n = 0$ 和 $p = 0$ 项就足够了[49]。在这种情况下, 具有奇异数 s 的粒子和反粒子的粒子密度 n_s^C 和 $n_{\bar{s}}^C$ 分别为

$$n_s^C \simeq \frac{Z_s^1}{V} \left(\frac{S_1}{S_{-1}} \right)^{s/2} \frac{I_s(x)}{I_0(x)}, \quad n_{\bar{s}}^C \simeq \frac{Z_{\bar{s}}^1}{V} \left(\frac{S_{-1}}{S_1} \right)^{\bar{s}/2} \frac{I_{\bar{s}}(x)}{I_0(x)}, \quad (2.133)$$

其中 $x = \sqrt{S_1 S_{-1}}$, Z_s^1 的定义参见(2.119)。

上面的方程只是一个近似, 因此只能用来进行定性的讨论。多奇异数重子产额的定量描述需要用方程(2.130) 和(2.132)。

2.2.2 严格守恒的对撞体系

前面的推导是对于各种量子数的平均值不变的体系或者只有重子数和奇异数严格守恒，其他量子数平均值不变的体系。对于有些高能碰撞体系，各种守恒量子数都严格守恒，例如 e^+e^- 或者 pp 的对撞体系，我们需要一个考虑所有量子数守恒的统计模型来描述这种体系。详细推导可参见[51, 52, 53, 1, 54, 55]。

首先引入几个概念，我们定义矢量 $\mathbf{Q} = (Q, N, S, C, B)$ ，其内部的分量分别对应电荷、重子数、奇异数、粲数、beauty夸克数。我们假设 e^+e^- 或者 pp 对撞的末态体系是由一系列的“火球”组成的。每一个火球有它自己的四矢量 $\beta_i = u_i/T_i$ ，量子数矢量 $\mathbf{Q}_i^0$ 和静止系体积 V_i 。其中 T_i 是温度， $u_i = (\gamma_i, \beta_i \gamma_i)$ 是四速度[56]。量子数矢量 $\mathbf{Q}_i^0$ 必须满足守恒条件 $\sum_{i=1}^N \mathbf{Q}_i^0 = \mathbf{Q}^0$ 。其中 $\mathbf{Q}^0$ 初始状态的量子数矢量，对于 pp 碰撞系统来说 $\mathbf{Q}^0 = (2, 2, 0, 0, 0)$ ，对于 $p\bar{p}$ 碰撞系统 $\mathbf{Q}^0 = (0, 0, 0, 0, 0)$

一个单一火球的配分函数是：

$$Z_i(\mathbf{Q}_i^0) = \sum_{\text{states}} e^{-\beta_i \cdot P_i} \delta_{\mathbf{Q}_i, \mathbf{Q}_i^0}, \quad (2.134)$$

其中 P_i 是总的四动量。 $\delta_{\mathbf{Q}_i, \mathbf{Q}_i^0}$ 是Kronecker张量，它要求整个体系的量子数矢量的和 $\mathbf{Q}_i$ 必须和初始状态的量子数矢量 $\mathbf{Q}_i^0$ 相等。

我们使用 $\delta_{\mathbf{Q}_i, \mathbf{Q}_i^0}$ 的积分形式

$$\delta_{\mathbf{Q}_i, \mathbf{Q}_i^0} = \frac{1}{(2\pi)^5} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} d^5\phi e^{i(\mathbf{Q}_i^0 - \mathbf{Q}_i) \cdot \phi}, \quad (2.135)$$

Eq. (2.134) 可写为：

$$Z_i(\mathbf{Q}_i^0) = \sum_{\text{states}} \frac{1}{(2\pi)^5} \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} d^5\phi e^{-\beta_i \cdot P_i} e^{i(\mathbf{Q}_i^0 - \mathbf{Q}_i) \cdot \phi}. \quad (2.136)$$

这个方程也可以从具有内部对称性系统的普遍的配分函数公式推导出来[57, 58]。通过要求一个 $U(1)^5$ 的对称群，每一个 $U(1)$ 的对称群对应一个守恒量子数。这个推导过程可以参考[52]。

对于包含 N_B 种玻色子和 N_F 种费米子的强子气体，Eq. (2.136) 中的求和可以直接算出来。用 $\{n_{j,k}\}$ 表示一个量子态上的粒子数，其中 k 表示相空间

的体积元, j 表示粒子种类, 由于 $P_i = \sum_{j,k} p_k n_{j,k}$ 并且 $\mathbf{Q}_i = \sum_{j,k} \mathbf{q}_j n_{j,k}$, 其中 $\mathbf{q}_j = (Q_j, N_j, S_j, C_j, B_j)$ 是第 j 种粒子的量子数矢量, 在对所有的量子态求和后, 配分函数 (2.136) 可写为:

$$Z_i(\mathbf{Q}_i^0) = \frac{1}{(2\pi)^5} \int d^5\phi \, e^{i\mathbf{Q}_i^0 \cdot \phi} \exp \left[\sum_{j=1}^{N_B} \sum_k \log(1 - e^{-\beta_i \cdot p_k - i\mathbf{q}_j \cdot \phi})^{-1} + \sum_{j=1}^{N_F} \sum_k \log(1 + e^{-\beta_i \cdot p_k - i\mathbf{q}_j \cdot \phi}) \right]. \quad (2.137)$$

配分函数是洛仑兹不变的, 因为相空间的求和可以在任意参照系中进行。最合适的参照系是火球的静止系, 在火球的静止系里, β_i 可以简化成:

$$\beta_i = \left(\frac{1}{T_i}, 0, 0, 0 \right) \quad (2.138)$$

其中 T_i 是火球的温度。在 (2.137) 中的相空间体积元的求和在体积元分的无穷小的极限下可以转化成动量空间的积分。

$$\sum_k \longrightarrow (2J_j + 1) \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3p, \quad (2.139)$$

其中 V 是火球的体积, J_j 是第 j 种强子的自旋。在以前的关于 e^+e^- 对撞[52]和重离子对撞[59]的研究中, 我们使用了一个叫做奇异压低因子 γ_s 的量。奇异压低因子在前面的巨正则系综的公式中也提到过。奇异压低因子可以理解为表示了相空间的均匀分布情况。实际上任何包含 s 个奇异价夸克或反夸克的强子的玻耳兹曼因子 $e^{-\beta \cdot p_k}$ 里都会乘以一个 γ_s^s 。由变换 (2.139), 并且选择火球的静止系来做积分, 在 (2.137) 中的相空间的求和变成:

$$\begin{aligned} \sum_k \log(1 \pm \gamma_s^{s_j} e^{-\beta_i \cdot p_k - i\mathbf{q}_j \cdot \phi})^{\pm 1} &\longrightarrow \\ \frac{(2J_j + 1) V_i}{(2\pi)^3} \int d^3p \log(1 \pm \gamma_s^{s_j} e^{-\sqrt{p^2 + m_j^2}/T_i - i\mathbf{q}_j \cdot \phi})^{\pm 1} & \\ \equiv V_i F_j(T_i, \gamma_s, \phi), & \end{aligned} \quad (2.140)$$

其中 “+” 号代表费米子, “-” 号代表玻色子。 V_i 是火球在静止系中的体积。方程 $F_j(T_i, \gamma_s, \phi)$ 是 Eq. (2.140) 中动量积分的简写, 这样配分函数 (2.140) 写做

$$Z_i(\mathbf{Q}_i^0) = \frac{1}{(2\pi)^5} \int d^5\phi \, e^{i\mathbf{Q}_i^0 \cdot \phi} \exp[V_i \sum_j F_j(T_i, \gamma_s, \phi)] . \quad (2.141)$$

在第 i 个火球中的第 j 种粒子的平均粒子数 $\langle n_j \rangle_i$ 可以由如下方法得到，将(2.141)中的玻耳兹曼因子 $\exp(-\sqrt{p^2 + m_j^2}/T)$ 乘以一个虚的逸度 λ_j 。然后做 $\log Z_i(\mathbf{Q}_i^0, \lambda_j)$ 对于 λ_j 的微分，并却取 $\lambda_j = 1$ 。这和我们在前面推导正则系综的方法相同。我们可以得到

$$\langle n_j \rangle_i = \frac{\partial}{\partial \lambda_j} \log Z_i(\mathbf{Q}_i^0, \lambda_j) \Big|_{\lambda_j=1} . \quad (2.142)$$

增加了逸度 λ_j 的配分函数 $Z_i(\mathbf{Q}_i, \lambda_j)$ 仍然是洛仑兹不变的。这样平均粒子数 $\langle n_j \rangle_i$ 也是洛仑兹不变的。在物理上的理解就是虽然在某一个量子态上的粒子数会受到火球的集体运动的影响，任何一种粒子的多重数与火球的集体运动无关。

对于 N 个属于某一个量子态构型 $\{\mathbf{Q}_1^0, \dots, \mathbf{Q}_N^0\}$ 的火球，第 j 种粒子的多重数是所有火球中该粒子的多重数的和

$$\langle n_j \rangle = \sum_{i=1}^N \frac{\partial}{\partial \lambda_j} \log Z_i(\mathbf{Q}_i^0, \lambda_j) \Big|_{\lambda_j=1} = \frac{\partial}{\partial \lambda_j} \log \prod_{i=1}^N Z_i(\mathbf{Q}_i^0, \lambda_j) \Big|_{\lambda_j=1} . \quad (2.143)$$

一般来说，由于量子态构型可能会有涨落，产生强子数应该进一步对于满足一定限制条件 $\sum_{i=1}^N \mathbf{Q}_i^0 = \mathbf{Q}^0$ 的所有量子态构型 $\mathbf{Q}_1^0, \dots, \mathbf{Q}_N^0$ 做平均。最后，我们引入一个合适的表示构型 $\{\mathbf{Q}_1^0, \dots, \mathbf{Q}_N^0\}$ 在 N 个火球种出现几率的权重因子 $w(\mathbf{Q}_1^0, \dots, \mathbf{Q}_N^0)$ ，这个权重因子满足：

$$\begin{aligned} w(\mathbf{Q}_1^0, \dots, \mathbf{Q}_N^0) &= 0 \quad \text{if} \quad \sum_{i=1}^N \mathbf{Q}_i^0 \neq \mathbf{Q}^0, \\ \sum_{\mathbf{Q}_1^0, \dots, \mathbf{Q}_N^0} w(\mathbf{Q}_1^0, \dots, \mathbf{Q}_N^0) &= 1. \end{aligned} \quad (2.144)$$

我们可以得到第 j 种强子的平均多重数：

$$\langle\langle n_j \rangle\rangle = \sum_{\mathbf{Q}_1^0, \dots, \mathbf{Q}_N^0} w(\mathbf{Q}_1^0, \dots, \mathbf{Q}_N^0) \frac{\partial}{\partial \lambda_j} \log \prod_{i=1}^N Z_i(\mathbf{Q}_i^0, \lambda_j) \Big|_{\lambda_j=1} . \quad (2.145)$$

上式并不能唯一确定权重因子，虽然权重因子 $w(\mathbf{Q}_1^0, \dots, \mathbf{Q}_N^0)$ 有无穷多个选法，但是有一种选择从统计的角度来看比较合适，也就是：

$$w(\mathbf{Q}_1^0, \dots, \mathbf{Q}_N^0) = \frac{\delta_{\Sigma_i \mathbf{Q}_i^0, \mathbf{Q}^0} \prod_{i=1}^N Z_i(\mathbf{Q}_i^0)}{\sum_{\mathbf{Q}_1^0, \dots, \mathbf{Q}_N^0} \delta_{\Sigma_i \mathbf{Q}_i^0, \mathbf{Q}^0} \prod_{i=1}^N Z_i(\mathbf{Q}_i^0)}. \quad (2.146)$$

这种选择代表了一个统计系统对平衡态的最小偏离。事实上，把权重因子(2.146)代入Eq. (2.145)中，我们可以得到

$$\langle\langle n_j \rangle\rangle = \frac{\partial}{\partial \lambda_j} \log \sum_{\mathbf{Q}_1^0, \dots, \mathbf{Q}_N^0} \delta_{\Sigma_i \mathbf{Q}_i^0, \mathbf{Q}^0} \prod_{i=1}^N Z_i(\mathbf{Q}_i^0, \lambda_j) \Big|_{\lambda_j=1}. \quad (2.147)$$

这就是说任何强子的平均多重数能够从下面这个 $\mathbf{Q}^0$ 的方程中导出

$$Z(\mathbf{Q}^0) = \sum_{\mathbf{Q}_1^0, \dots, \mathbf{Q}_N^0} \delta_{\Sigma_i \mathbf{Q}_i^0, \mathbf{Q}^0} \prod_{i=1}^N Z_i(\mathbf{Q}_i^0), \quad (2.148)$$

使用前面的Eq. (2.142)中对于单个火球的同样的处理方法，由(2.134)式中的配分函数 $Z_i(\mathbf{Q}_i^0)$ 可以得到Eq. (2.148)变为：

$$Z(\mathbf{Q}^0) = \sum_{\mathbf{Q}_1^0, \dots, \mathbf{Q}_N^0} \delta_{\Sigma_i \mathbf{Q}_i^0, \mathbf{Q}^0} \prod_{i=1}^N \sum_{\text{states}_i} e^{-\beta_i \cdot P_i} \delta_{\mathbf{Q}_i^0, \mathbf{Q}_i}. \quad (2.149)$$

因为

$$\sum_{\mathbf{Q}_1^0, \dots, \mathbf{Q}_N^0} \delta_{\Sigma_i \mathbf{Q}_i^0, \mathbf{Q}^0} \delta_{\mathbf{Q}_i^0, \mathbf{Q}_i} = \delta_{\Sigma_i \mathbf{Q}_i, \mathbf{Q}^0}, \quad (2.150)$$

方程(2.149)可以写成：

$$Z(\mathbf{Q}^0) = \sum_{\text{states}_1} \dots \sum_{\text{states}_N} e^{-\beta_1 \cdot P_1} \dots e^{-\beta_N \cdot P_N} \delta_{\Sigma_i \mathbf{Q}_i, \mathbf{Q}^0}. \quad (2.151)$$

上式表明 $Z(\mathbf{Q}^0)$ 或许应该被称作被分成 N 个子系统的系统的全局配分函数，这些子系统之间达到了化学平衡，却没有达到热平衡或者动力学平衡。 $Z(\mathbf{Q}^0)$ 是一个洛仑兹不变量，在系统完全平衡的情况下，也就是 $\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_N \equiv \beta$ ，它可以简写为：

$$Z(\mathbf{Q}^0) = \sum_{\text{states}_1} \dots \sum_{\text{states}_N} e^{-\beta \cdot (P_1 + \dots + P_N)} \delta_{\Sigma_i \mathbf{Q}_i, \mathbf{Q}^0} = \sum_{\text{states}} e^{-\beta \cdot P} \delta_{\mathbf{Q}, \mathbf{Q}^0}, \quad (2.152)$$

这也是配分函数的最基本的定义。

综上所述，选择了形如 (2.146) 的权重因子，我们可以构建一个偏离平衡状态的系统，这个系统可以看作由很多具有不同温度和速度的子系统组成。我们还能得到如下的重要结论：如果假设不同火球 “freeze-out” 的温度是一个常数，也就是说 $T_1 = \dots = T_N \equiv T$ 。并且奇异压低因子 γ_s 也是一个常数，这样全局的配分函数 (2.151) 可以表述为

$$Z(\mathbf{Q}^0) = \frac{1}{(2\pi)^5} \int d^5\phi e^{i\mathbf{Q}^0 \cdot \phi} \exp[(\Sigma_i V_i) \sum_j F_j(T, \gamma_s, \phi)]. \quad (2.153)$$

这里 V_i 是火球在其静止系中的体积。(2.153) 表明对于单个火球，全局配分函数和配分函数 (2.136) (2.137) (2.141) 具有相同的函数形式，不同之处是将体积 V_i 替换为全局体积 $V \equiv \sum_{i=1}^N V_i$ 。注意这个全局体积使得全局配分函数和火球数 N 没有直接的关联。这样，火球数 N 和火球体积 V_i 的变化将会引起全局体积的涨落。

第 j 种强子的平均多重数可以由公式 (2.147) (2.148) 决定，将 (2.153) 代入 $Z(\mathbf{Q}^0)$ ，我们可以得到：

$$\begin{aligned} \langle\langle n_j \rangle\rangle &= \frac{1}{(2\pi)^5} \int d^5\phi e^{i\mathbf{Q}^0 \cdot \phi} \exp[V \sum_j F_j(T, \gamma_s, \phi)] \\ &\times \frac{(2J_j + 1) V}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3p}{\gamma_s^{-s_j} \exp(\sqrt{p^2 + m_j^2}/T + i\mathbf{q}_j \cdot \phi) \pm 1}, \end{aligned} \quad (2.154)$$

其中 “+” 号表示费米子，“-” 号表示玻色子。这个公式也可以写成更简洁的级数形式：

$$\langle\langle n_j \rangle\rangle = \sum_{n=1}^{\text{infy}} (\mp 1)^{n+1} \gamma_s^{ns_j} z_{j(n)} \frac{Z(\mathbf{Q}^0 - n\mathbf{q}_j)}{Z(\mathbf{Q}^0)}, \quad (2.155)$$

其中的函数 $z_{j(n)}$ 定义为：

$$z_{j(n)} \equiv (2J_j+1) \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3p \exp(-n\sqrt{p^2 + m_j^2}/T) = (2J_j+1) \frac{VT}{2\pi^2 n} m_j^2 K_2\left(\frac{nm_j}{T}\right). \quad (2.156)$$

K_2 是二阶修正贝赛尔函数。(2.155)式是强子多重数的最终表达式，由它可以看到，一种粒子产生的几率只与粒子的自旋，质量和守恒量子数矢量有关。

(2.155)式中的因子 $Z(\mathbf{Q}^0 - n\mathbf{q}_j)/Z(\mathbf{Q}^0)$ （化学因子）是正则系综的一个典型的特征。这是要求初末态量子数严格守恒的结果。这一项导致了正则系综描述和巨正则系综的描述在粒子产生多重数上的差异。遗憾的是， $Z(\mathbf{Q})$ 的解析的表达式并不存在。然而，对于全局体积很大的条件下，我们可以得到，正则系综和巨正则系综的描述是等价的。

全局配分函数(2.151)可以进一步被一些实验现象修正。例如对于 $p\bar{p}$ 碰撞，我们必须考虑“带头重子效应”[60]。实际上，(2.151)中的求和包括了没有任何重子产生的情况。然而在 $p\bar{p}$ 碰撞中，至少能观察到一对重子和反重子。因此，最近单的方法就是将那些没有任何重子产生的情况除去。这样，如果 $|N| = \sum_i |N_i|$ 表示体系的重子数的绝对值，全局配分函数(2.151)就会变成：

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{\text{states}_1} \dots \sum_{\text{states}_N} e^{-\beta_1 \cdot P_1} \dots e^{-\beta_N \cdot P_N} \delta_{\Sigma_i \mathbf{Q}_i, \mathbf{Q}^0} \\ &- \sum_{\text{states}_1} \dots \sum_{\text{states}_N} e^{-\beta_1 \cdot P_1} \dots e^{-\beta_N \cdot P_N} \delta_{\Sigma_i \mathbf{Q}_i, \mathbf{Q}^0} \delta_{|N|,0}. \end{aligned} \quad (2.157)$$

第一项等价于与(2.151)式中的 $Z(\mathbf{Q}^0)$ ，这里我们叫做 $Z_1(\mathbf{Q}^0)$ 。第二项是所有产生重子数绝对值为零的情况的求和。重子数的绝对值可以看作一个新的量子数，这样类似于(2.134) (2.136)，我们可以写出一个 $U(1)^6$ 对称群。这一项会就由 $Z_2(\mathbf{Q}^0, 0)$ 决定，因此，可将(2.157)写做：

$$Z = Z_1(\mathbf{Q}^0) - Z_2(\mathbf{Q}^0, 0). \quad (2.158)$$

使用 $\delta_{|N|,0}$ 的积分形式：

$$\delta_{|N|,0} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\psi e^{i|N|\cdot\psi} \quad (2.159)$$

在 (2.157) 的第二项里, 我们可以得到:

$$\begin{aligned}
 Z_2(\mathbf{Q}^0, 0) &= \frac{1}{(2\pi)^6} \int d^5\phi \, e^{i\mathbf{Q}^0 \cdot \phi} \exp[V \sum_j F_j(T, \gamma_s, \phi)] \\
 &\times \int d\psi \, \exp[\sum_j \frac{(2J_j + 1)V}{(2\pi)^3} \\
 &\int d^3p \log(1 + \gamma_s^{s_j} e^{-\sqrt{p^2 + m_j^2}/T - i\mathbf{q}_j \cdot \phi - i\psi})], \quad (2.160)
 \end{aligned}$$

其中第一个 j 求和是对于所有的介子的求和, 第二个是对于所有重子的求和。任何强子的产生多重数可以由全局配分函数 (2.158) 加上前面提到的方法得到:

$$\langle\langle n_j \rangle\rangle = \frac{\partial}{\partial \lambda_j} \log Z(\lambda_j) \Big|_{\lambda_j=1}. \quad (2.161)$$

这样, 我们完成了统计模型公式的推导。

相对论重粒子对撞中的统计模型以及重味粒子探测器读出电子学

第三章 共振态的处理和正则系统统计模型的应用

3.1 共振态的处理

实验上测量到的粒子的产额或者谱是由两部分组成的。第一部分是直接由热源产生的，这部分粒子可以由统计模型的基本公式描述，需要确定的输入量就是统计模型中用到的热力学参数。第二部分来自一些不稳定的共振态的衰变,实验上无法分辨所测得的粒子是来自哪种渠道的，而且，实验上测得的粒子有相当一部分来自于共振态的衰变。可以想象，粒子的产额和谱都会受到共振态衰变的明显的影响。事实上，人们很早就知道低 p_T 的谱会受到共振态衰变的明显的影响[61, 62]。到目前为止，对这个问题的分析只是考虑了有限的共振态，一般是分别对介子和强子共振态的质量设置阈值。现在我们讨论二体衰变和三体衰变的共振态的处理方法。

在对撞产生体系的静止系中的初始的共振态的动量分布函数用 $f(k)$ 表示。我们假设 $f(k)$ 是各向同性的。并且假设共振态产生的衰变产物在共振态静止系的分布也是各向同性的。衰变产物的各向同性是因为我们在分析数据的时候对共振态所有可能的极化方向做了平均。这样，对于二体衰变的情况，衰变产物（用1表示）的谱可以用下式表示：

$$\tilde{f}_1(|\mathbf{q}|) = b \frac{2J_R + 1}{2J_1 + 1} \int d^3k f(k) \int \frac{d^3p}{4\pi p^{*2}} \delta(|\mathbf{p}| - p^*) \delta^{(3)}(\hat{L}_k \mathbf{p} - \mathbf{q}), \quad (3.1)$$

其中 $\mathbf{p}$ 是衰变产物在共振态静止系中的动量。 $\hat{L}_k$ 是到对撞产生体系质心系的洛伦兹变换。

$$\hat{L}_k \mathbf{p} = \mathbf{p} + [(\gamma_k - 1) v_k^2 \mathbf{v}_k \cdot \mathbf{p} + \gamma_k E^*] \mathbf{v}_k. \quad (3.2)$$

其中 $\mathbf{k}$ 是对撞产生体系中的共振态的动量分布, $\mathbf{v}_k = \mathbf{k}/\sqrt{k^2 + m_R^2}$, $\gamma_k = (1 - v_k^2)^{-1/2}$ 。在等式 (3.1) 中, p^* 是 $\mathbf{p}$ 的模并且 $E^* = \sqrt{p_*^2 + m_1^2}$ 。我们可以得到:

$$p^* = \frac{[(m_R^2 - (m_1 - m_2)^2)(m_R^2 - (m_1 + m_2)^2)]^{1/2}}{2m_R}, \quad (3.3)$$

其中 m_R 是共振态的质量, m_1 和 m_2 分别是两个衰变产物的质量。 b 是衰变道的分支比, J_R 和 J_1 分别是共振态和衰变产物1的自旋。等式 (3.1) 的物理上的解释已经比较清楚了: 在共振态静止系中的衰变产物1的各向同性的分布 $(\delta(|\mathbf{p}| - p^*)/(4\pi p^{*2}))$ 平移到对撞产生体系的质心系, 然后乘以共振态的分布 $f(k)$, 得到对撞产生体系的质心系的衰变产物1的分布。

为了将等式 (3.1) 写成一种更简洁的形式, 我们作变量替换:

$$\mathbf{p}' = \hat{L}_k \mathbf{p}, \quad d^3p = \frac{E_p}{E_{p'}} d^3p' = \frac{E^*}{E_q} d^3p'. \quad (3.4)$$

在 (3.1) 中对于 p' 变得简洁, 我们可以得到:

$$\tilde{f}_1(|\mathbf{q}|) = b \frac{2J_R + 1}{2J_1 + 1} \frac{1}{4\pi p^{*2}} \frac{E^*}{E_q} \int d^3k f(k) \delta(|\hat{L}_k^{-1} \mathbf{q}| - p^*). \quad (3.5)$$

由于 $\hat{L}_k^{-1} \mathbf{q}$ 是衰变产物在共振态的质心系中的动量。我们可以将等式 (3.5) 写成一种明显的洛伦兹协变的形式。

$$\tilde{f}_1(|\mathbf{q}|) = b \frac{2J_R + 1}{2J_1 + 1} \frac{1}{4\pi p^*} \frac{1}{E_q} \int d^3k f(k) \delta\left(\frac{k^\mu \cdot q_\mu}{m_R} - E^*\right). \quad (3.6)$$

这里 k^μ 和 q^μ 分别是共振态和衰变产物的四动量。我们注意以前Sollfrank, Koch和Heinz [61]曾经用过 (3.6)。在他们的处理中, 并没有假设出射粒子的分布是各向同性的, 因此 $f(k)$ 和后来的 $\tilde{f}_1(q)$ 被看作是快度和横动量两个自变量的函数。在我们的处理中 $f(k)$ 和 $\tilde{f}_1(q)$ 只与三动量的模有关并且 (3.6) 中的关于极角和方位角的积分可以解析计算。我们可以得到一个简单的表达式:

$$\tilde{f}_1(q) = b \frac{2J_R + 1}{2J_1 + 1} \frac{m_R}{2E_q p^* q} \int_{k_-(q)}^{k_+(q)} dk k f(k), \quad (3.7)$$

其中积分的上下限是 $k_\pm(q) = m_R |E^* q \pm p^* E_q| / m_1^2$ 。等式 (3.7) 是[62]中的公式在相对论情况下的形式。这个公式在级联衰变的数值计算中非常重要。

对于三体衰变的情况，我们可以按照跟上面相似的方法处理，但是要注意现在 p^* 可以取不同的值了。这回导致在(3.1)中增加一个额外的积分。 p^* 的可能取值的分布可以由下面的相空间积分得到：

$$N \int \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p_2}{E_{p_2}} \frac{d^3 p_3}{E_{p_3}} \delta(m_R - E_{p_1} - E_{p_2} - E_{p_3}) \delta^{(3)}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3) |M|^2, \quad (3.8)$$

其中 $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$ 和 $\mathbf{p}_3$ 是衰变产物的动量， E_{p_1}, E_{p_2} 和 E_{p_3} 是相应的能量，这些量都是在共振态静止系中测得的。 M 是描述三体衰变的矩阵元， N 是归一化常数。为了简便起见，我们假设 M 近似为一个常数。以前也用过这样的假设[61]。从实际操作上来看，三体衰变的表达式是两个二体衰变的加权叠加。权重因子可以由(3.8)得到。

3.2 SIS上的重离子碰撞

有了上面的理论工具，我们可以讨论粒子的产额了。首先讨论一下在SIS上的重离子碰撞实验。在SIS的能量范围，奇异粒子刚刚能够产生，所以首先看一下奇异粒子，处理奇异粒子要用前面介绍的正则系综。

奇异粒子产生的数目依赖于重离子对撞的能量和对心度。在低能的SIS/GSI能量范围内（1 到2 A·GeV），每个事件平均产生的奇异粒子数大约在 10^{-3} 的量级。由前面的分析。在这种情况下应该使用正则系综的模型来处理奇异数守恒。而重子数守恒和同位旋守恒仍然可以用巨正则系综来处理。可以预见，这样处理的结果使得奇异粒子和非奇异粒子对于碰撞的对心度有不同的依赖关系。图（3.1）展示了在1 A·GeV的金金对撞中的实验数据。图中所示的是 K^+ 和 π^+ 产额除以参与核子数 A_{part} 后关于 A_{part} 的函数[64]。数据的确显示了理论预言的趋势：平均每个参与核子产生的 K^+ 介子随着对心度的增加有明显的升高。而平均每个参与核子产生的 π^+ 却基本上不随对心度变化。

正则系综产生的粒子密度依赖于四个参数：电荷化学势 μ_Q 和重子化学势 μ_B ，（这两个量是由电荷守恒和重子数守恒决定的）然后是温度 T 和体积参数。其中的体积参数与体系的奇异数守恒有关。根据同位旋对称性，这四个量也不是完全独立的。定义重子数除以两倍的电荷 $B/2Q$ 为一个新的量。对于一个同位旋完全守恒的体系，这个比值始终为1。对于镍镍体系，该比值为1.04，对于金金体系为1.25。当我们考虑粒子产额比的时候，我们就只剩下三个参数了：体积参数 V ，对撞产生体系freeze-out时的温度 T 和freeze-out时的重子化学势 μ_B

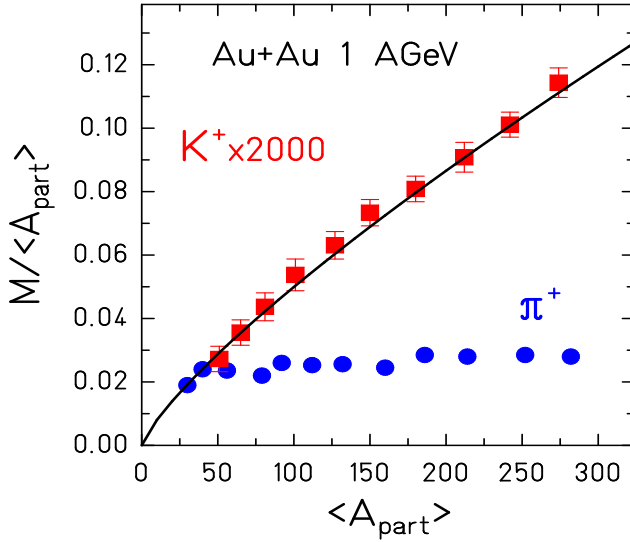


图 3.1: 在1 A·GeV的金金对撞中 K^+ 和 π^+ 产额([64])和对心度的关系。对心度由 A_{part} 确定。

图(3.2 - 3.5)展示了在SIS能量区间得到在 $(T - \mu_B)$ 平面内freeze-out的参数随着各种粒子产额比的变化而变化的趋势。氘核和质子的产额比 d/p 以及 π^+/p 能够很好的确定统计模型参数的变化范围。从 $(T - \mu_B)$ 平面里的 π^+/p 曲线可以看到，对于较大的化学势 μ_B ，温度显示出饱和性。也就是说freeze-out的温度有一个上限。另一方面，我们可以看到 d/p 曲线与化学势 μ_B 有很强的依赖关系。 d/p 曲线能够确定出freeze-out时化学势 μ_B 的变化范围。¹ 图(3.4)中 K^+/K^- 的行为与 d/p 类似，它们都不依赖于系统的体积参数。这个结论可以由统计模型的公式推导出来，只要要求总奇异数 $S = 0$ 。

图(3.5)显示了统计模型参数随体系体积参数的变化。图上用 K^+/π^+ 作为例子来说明。对于给定体积的体系， K^+/π^+ 可以清晰的决定freeze-out温度的下限，可以看到 K^+/π^+ 对于较大的 μ_B 显示出饱和性。改变体积参数 $V = 4/3\pi R^3$ 会明显的影响 $(T - \mu_B)$ 平面里的由固定的 K^+/π^+ 计算出来的曲线。因此在正则系综的模型中，在考虑奇异粒子和非奇异粒子的产额比的时候，我们需要考虑奇异粒子与体系体积参数 V 之间的关联。我们假设这个关联与碰撞的参与核

¹氘核是由一个质子和一个中子组成的。它很有可能是freeze-out时由coalescence过程中产生。问题是能不能利用氘核确定体系freeze-out参数，然而，在SIS能量区间，化学freeze-out和热freeze-out同时发生，氘核的产额和质子中子等满足同样参数的统计模型。

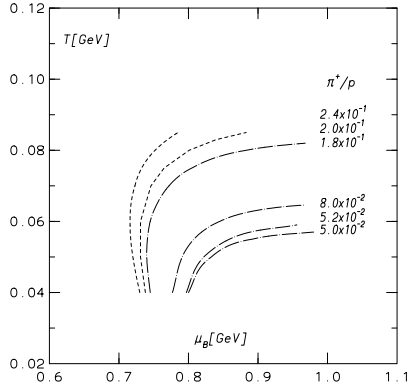


图 3.2: [30]中用统计模型在 $T-\mu_B$ 平面中画出的曲线，曲线上 π^+ /proton 比值相等。

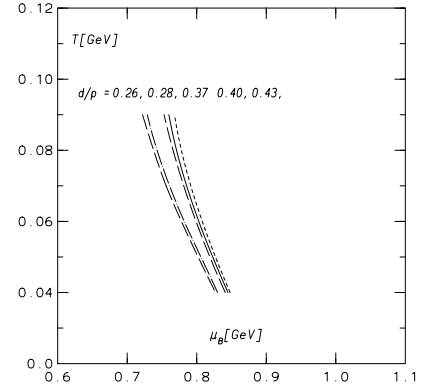


图 3.3: [30]中用统计模型在 $T-\mu_B$ 平面中画出的曲线，曲线上deuteron/proton 比值相等。

子数有关。通过从SIS到AGS的实验数据的仔细的分析[30]，我们可以看到体积参数 V 可以等效的理解为初始碰撞部分的体积。这样我们可以从参与碰撞的核子数目计算出体积参数来，也就是说，体积参数可以由几何碰撞参数计算出来。在SIS能量的重离子碰撞中，采用 $V \simeq V_0 A_{part}/2$ 其中 $V_0 \simeq 7\text{fm}^3$ ，我们可以对Ni-Ni 和Au-Au对撞的实验数据作出很好的解释。²

后面我们将讨论了从AGS, SPS 到RHIC上的理论预言和实验数据的比较。我们将会看到对于不同的对撞体系，存在共同的可以描述各种粒子的产额比的热力学参数。为了证明在低能的重离子碰撞中的情况，我们在图(3.6)的($T - \mu_B$)平面中画出了低能情况下的数据，图中的曲线表示在1.8 A·GeV Ni-Ni对撞实验中各种粒子的产额比。为了简便起见，实验误差没有画出来。除了 η/π^0 ，所有的曲线都有一个大体上共同的交点，大概在 $T \sim 70 \text{ MeV}$ ， $\mu_B \sim 760 \text{ MeV}$ 。我们采用从 π^+/p 和 d/p 得出的freeze-out热力学参数，要描述 K^+/π^+ 的产额比，我们需要选择 $R \sim 4 \text{ fm}$ 。这个半径和期望的中心Ni-Ni的半径一致，并且从[30]可以看到，对于整个0.8 到1.8 A·GeV的能量范围，这个半径的值保持不变。

相应的对于能量在1.0 和1.5 A·GeV的Au-Au对撞实验的统计模型描述的结果可以参考([30])。在Ni-Ni对撞实验中看到的，除了 η/π^0 ，其他如 π^+/p , K^+/π^+ ,

²这个体积参数 V 可能与碰撞能量 $\sqrt{s}$ 有关，一种引进这种关联的方法是替换用圆柱形体积公式球对称的体系公式，其中的纵向长度要考虑洛伦兹收缩。

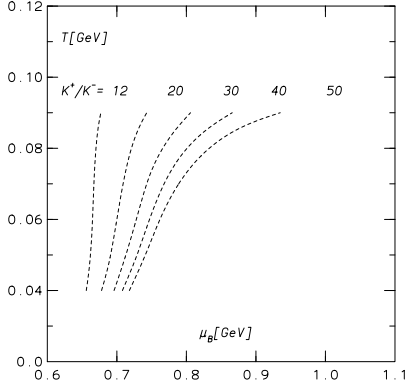


图 3.4: [30]中用统计模型在 T - μ_B 平面中画出的曲线，曲线上 K^+/K^- 比值相等。

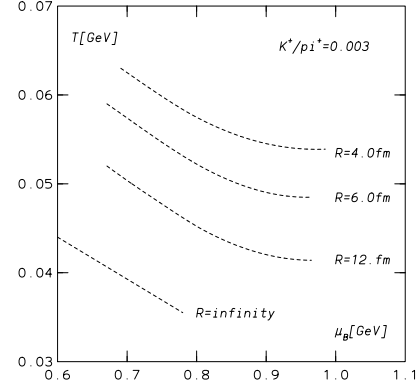


图 3.5: 在 T - μ_B 平面中计算出来的freeze-out参数[30]。其中确定 $K^+/\pi^+ = 0.003$ ，体系的体积参数取 $V = 4\pi R^3/3$ 其中 $R = 4, 6, 12$ fm 和 $R = \infty$ 。

π^+/π^- , K^+/K^- 和 d/p 的产额比都可以由相同的freeze-out的参数来描述。在Au-Au能量为1.0 A·GeV的对撞实验中，我们得到的结果是 $T \sim 53$ MeV 和 $\mu_B \sim 822$ MeV。³

在金金对撞中，体积参数也按预想的趋势一样变化。在对心碰撞中，要正确地产生 K^+/A_{part} 和 K^-/A_{part} 的产额，我们需要采用的半径 ~ 6.2 fm。我们在金金对撞得到的体积参数要大于在Ni-Ni对撞中用到的体积参数。这和金金对心碰撞的参与核子数要大于Ni-Ni对撞中参与核子数相对应。

在Au-Au 1 A·GeV的对撞实验中，我们可以清晰的看到由于正则系综的对守恒定律的严格要求而产生的对奇异粒子产额的压低。如果采用巨正则系综，我们将得到 $K^+/\pi^+ \sim 0.04$ ，这个结果比实验结果偏高了将近一个数量级。这说明了在SIS能量区间，粒子的相空间离巨正则系综极限还很远。在这种情况下，采用确保体系局域奇异数严格守恒的正则系综的处理方法是非常必要要。

图(3.1)显示了平均每个参与核子产生的 K^+ 的多重数(K^+/A_{part})。从图中可以看到(K^+/A_{part})随着碰撞对心度的增加而增加。然而 π^+/A_{part} 确实基本上不随 A_{part} 变化的[65]。这样 π 介子的产额正比于参与核子数，而 K^+ 的产额却正比

³采用这些热力学参数，在化学freeze-out时的总的粒子密度相应为 $n_B \sim 0.05/\text{fm}^3$ 。

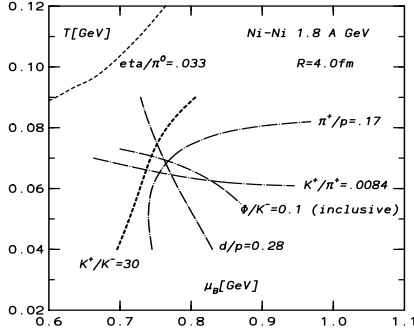


图 3.6: 在1.8 A·GeV的Ni-Ni碰撞实验中，从[30]的统计模型计算出来的，在 $T-\mu_B$ 平面中画出的不同粒子产额比曲线。

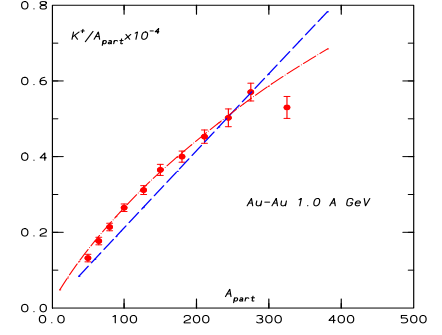


图 3.7: [30]中统计模型的 K^+/A_{part} 产额比和图(3.1)中实验数据的比较。由线段构成的虚线表示没有考虑 A_{part} 对 μ_B 和 T 的依赖关系的理论预言。由点和线段构成的虚线表示考虑了 A_{part} 对 μ_B 和 T 的依赖关系的理论预言。

于 A_{part}^α ，其中 $\alpha \sim 1.8$ 。如果在正则系综中要求奇异数守恒，这样的统计模型预言奇异粒子的产额随者参与核子数的二次方增加。图(3.7)显示了图(3.1)中的实验数据与统计模型理论预言的比较。里面的统计模型参数由 π/p 和 d/p 来确定。在图(3.7)中的由线段构成的虚线描述了假设 T 和 μ_B 不依赖于 A_{part} 后统计模型的结果。我们可以看到，在使用了这个假设后，模型和实验数据符合的很好。模型可以描述 K^+/A_{part} 对对心度的依赖关系。如果考虑统计模型的参数随着 A_{part} 有很微小的变化，图(3.7)模型和实验数据之间的差异变得更小。我们认为温度随对心度的增加近似线性的增加，而 μ_B 随对心度的增加近似线性的减少，这样我们就可看到理论和实验吻合的非常好。在图(3.7)中的由线段和点构成的虚线表示考虑了统计模型参数随对心度变化后的结果。我们知道在金金对撞中，斜率参数 T_{app} 是 p_t 的函数，并且斜率参数 T_{app} 与碰撞的对心度有很强的依赖关系[66, 67]，而这里我们看到统计模型的参数对于碰撞对心度的变化非常小。这个差异在我们引入了碰撞产生体系的横向流的概念后能够

得到很好的解释。对于1 A·GeV的金金碰撞，详细的分析表明，在引入了横向流以后保持freeze-out的温度在53 MeV，我们可以很好的描述 π 介子， K 介子质子的横动量分布和对心度分布[30]。这个结果表明在SIS能区，化学freeze-out和热freeze-out是同时发生的。

正则系综的统计模型对于GSI/SIS能区的实验数据给出了一致的描述。很多强子，比如 K^+ , K^- , p , d , π^+ 和 π^- ，都好像是从一个共同的热源辐射出来的。⁴除了 η 看起来有些例外。对于Ni-Ni 在0.8, 1.0, 1.8 A·GeV的对撞，这个热源的溫度分别是 $T \approx 50, 54, 70$ MeV，重子化学势分别是 $\mu_B \approx 825, 805, 750$ MeV。对于Au-Au 1.0 A·GeV的对撞，温度和重子化学势的值分别是 $T \approx 53$ MeV 和 $\mu_B \approx 822$ MeV。这个温度要低于从粒子动量谱上测量到的温度，这个差别可以在引入纵向及横向流后得到很好的解释。对于不同质量的粒子，虽然由于流获得了同样的速度变化，其动量的变化却不相同，

在低能重离子碰撞中，所有的出射粒子具有相同的freeze-out条件被认为是化学平衡已经达到的很强的理由。只有在引入了包含奇异数守恒的正则系综的统计模型后，理论和实验才能符合的比较好。在正则系综的统计模型中能够压低粒子相空间的参数是初始的碰撞产生体系的体积，这个体积与入射粒子的参与核子数有关。描述奇异粒子的体积参数要比整个碰撞产生体系在化学freeze-out时的体积参数要小。在金金A·GeV中心对撞中，描述奇异粒子产生的体积参数是6.2 fm。这个体积参数大体上和金原子核的大小相当。然而，如果要描述所有粒子的产额，所需要的体积参数几乎是这个体积参数的两倍[30]。正则系综的这两个明显不同的体积参数可以从奇异粒子产生的动力学上去理解。[68]

由于在SIS能量观测到的末态粒子达到了化学平衡，人们又希望更加完整的了解在对撞产生体系中达到平衡的微观机制，所用的方法基本上是输运模型[69]–[70]。人们使用相对论的输运模型来研究在低对撞能量下的 K^+ 和 K^- 的化学平衡的情形[71, 72]。这些微观模型研究的结果显示， K^+ 粒子有可能在对撞产生体系的寿命范围能达到化学平衡。对于 K^- ，达到平衡所需要的时间更短，然而由于在核物质中 K^- 有很大的湮灭截面[72]，有可能在后来的演化中又偏离了化学平衡。总起来说，输运模型没有排除在低对撞能量下达到化学平衡的可能性。在这些输运模型中，化学平衡的程度强烈的依赖于在核物质内部粒子的产生和吸收截面[73]。虽然描述 K^+ 在核物质中的产生和吸收截面的理论取得了很

⁴正则系综的结果并不能很好的描述目前的关于同时含有正反奇异夸克的粒子，但由于实验存在较大的误差，也不能下结论说正则系综的确不适用于同时含有正反奇异夸克的粒子。

大的进步，但是还没有完全弄清楚。尤其是进来发现 K^+ 和 p 波共振态 $\Sigma(1385)$ 的耦合能够明显的影响 K^- 的产生截面，进而影响它达到化学平衡。

3.3 粒子的产额及它们随对撞能量的变化

重离子对撞中的末态强子产额由平均每个初态强子所对应的能量唯一确定。对于上面所讨论的体系，在质心系中每个强子对应的能量大概是1 GeV。我们可以从唯象的freeze-out条件中得到在各个对撞能量下温度和化学势的对应关系。

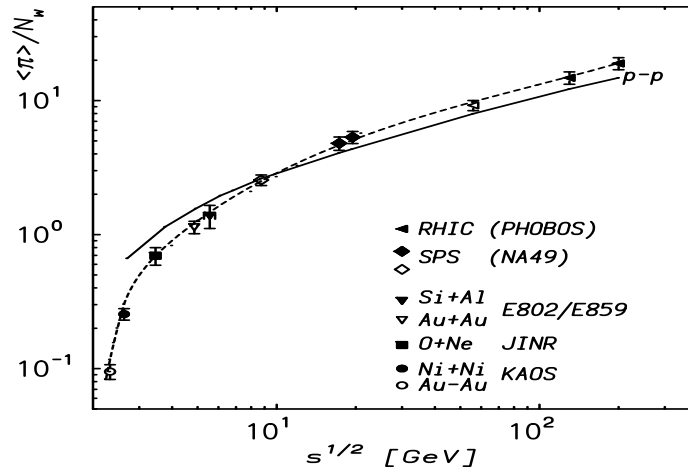


图 3.8: 不同质心能量下的平均每个受伤核子产生的 π 介子的总数。

在低能条件下的核核对撞的数据以及质子质子对撞的数据来自于([74, 75])。RHIC上的结果参见([76])。虚线是对实验数据的一个拟合。

有了上面的关系，再加上可测量的粒子产额比（比如 π 介子比上参与核子数， π 介子的产额定义为 $\langle \pi \rangle \equiv 1.5(\langle \pi^+ \rangle + \langle \pi^- \rangle)$ ），参与核子数可以用模型计算出来。如图(3.8)[49, 48]，我们就可以确定统计模型的两个主要的热力学参数温度 T 和化学势 μ_B 随对撞能量的变化关系。这样，就可以用一个较为普遍的统计模型描写不通对撞能量的体系。。另外的一种方法是先将重子化学势 μ_B 随对撞能量的变化关系参数化，然后使用统一的freeze-out条件 $\langle E \rangle / \langle N \rangle \simeq 1$ 得到温度 T 随对撞能量的变化关系。在文献[48]中的化学势随能量的变化关系可以很好的参数

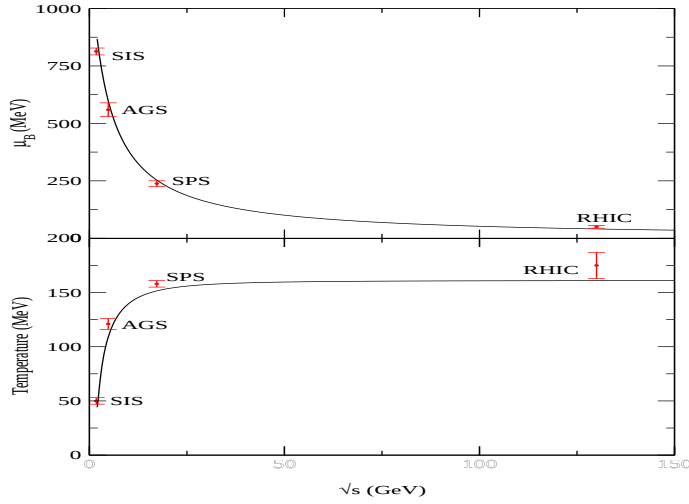


图 3.9: 上面的曲线表示重子化学势 μ_B 随对撞能量的变化关系, 下面的曲线表示温度 T 随对撞能量的变化关系([48])。温度 T 随对撞能量的变化关系由统一的freeze-out条件确定。

化, 参数化的公式是

$$\mu_B(s) \simeq \frac{a}{(1 + \sqrt{s}/b)} \quad (3.9)$$

其中 $a \simeq 1.27$ GeV , $b \simeq 4.3$ GeV。在图(3.9)可以看到参数化的结果以及freeze-out温度随能量的变化关系, 参数化的结果以实线表示。

在统计模型中, 温度 $T(\sqrt{s})$ 和重子化学势 $\mu_B(\sqrt{s})$ 随能量的变化关系决定了很多测量量。我们比较关心的是奇异粒子和非奇异粒子的产额比以及奇异成分含量, 奇异成分含量可以用Wröblewski因子描述。

我们现在来研究一下Wröblewski因子随对撞能量的变化关系, Wröblewski因子定义为:

$$\lambda_s \equiv \frac{2\langle s\bar{s} \rangle}{\langle u\bar{u} \rangle + \langle d\bar{d} \rangle}, \quad (3.10)$$

其中尖括号里的量表示新产生的夸克反夸克对。这里不包括碰撞前存在于入射粒子和靶粒子的夸克反夸克对。

这里用到的夸克成分是指在化学freeze-out时各种粒子所含的夸克成分, 既包括来自强子的, 也包扩来自衰变以前的共振态的。因此, Wröblewski因子并不是一个容易测量的量, 除非我们能够重建出所有的对撞产生体系产生的共振态。

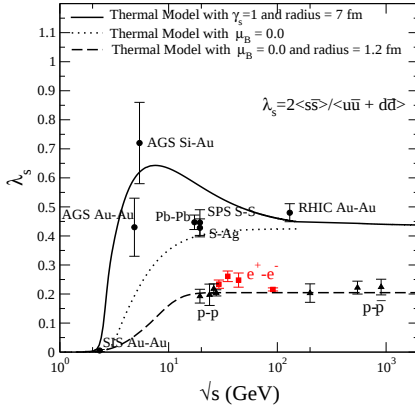


图 3.10: Wróblewski因子 λ_s 与 $\sqrt{s}$ 的关系。图上的点是用统计模型计算得到的结果，参数由拟合粒子的产额得到。

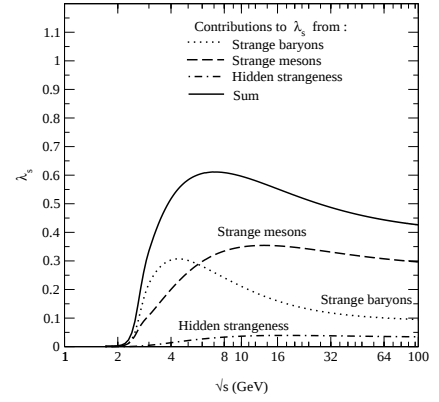


图 3.11: 奇异重子，奇异介子以及闭奇异粒子对Wróblewski因子的贡献。实线表示对所有贡献的求和

图(3.10)显示了Wróblewski因子随着质心系对撞能量的变化。图上的点是由中心金金对撞的实验数据计算得来的，原始的实验数据参见([77])。（这里所用的统计模型里有一个额外的参数 γ_s ，这个参数对应奇异粒子的平衡程度。在SPS中，为了能够很好的拟合 4π 的实验数据，我们需要 $\gamma_s \simeq 0.75$ 。）这里所有的实验数据都是全部 4π 空间的结果，除了RHIC上我们只用了STAR实验组中心快度区的实验结果[78]。图(3.10)显示了统计模型的计算结果[34]。其中用到了统一的freeze-out曲线。统计模型的参数随能量的变化关系来自(3.9)，并且假设了系统完全平衡。从图(3.10)上可以看到，在重离子对撞能量大约是30 A·GeV的时候，奇异成分含量达到一个明显的最大值。然后Wróblewski因子随着入射能量的增大而慢慢减小，然后达到平衡值，大约是0.43。

Wróblewski因子上最大值的出现可以从重子化学势 μ_B 随对撞能量的变化关系上去理解。在图(3.10)上，我们也可以看到在假设只有温度随对撞能量的变化而发生改变，重子化学势 μ_B 恒为零的情况下 λ_s 的计算结果（由点构成的虚线）。在这种情况下，Wróblewski因子成了一个平坦的函数，没有随对撞能量

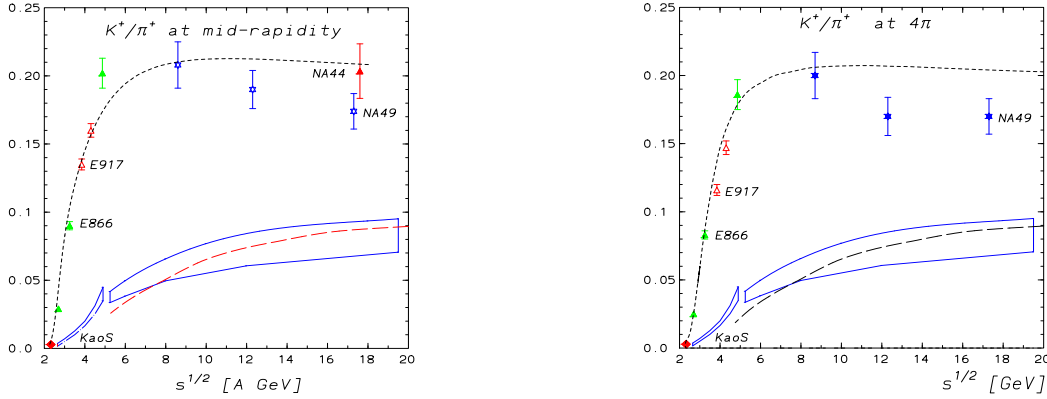


图 3.12: 在重离子对撞中不同的对撞能量下测量到的kaon 和pion的产额比。左边的图是中心快度区的实验数据，右边的图是对整个 4π 积分区间的实验数据。SIS, AGS, SPS 和RHIC上的实验数据分别来自([75, 80, 78])。短虚线表示统计模型的理论预言，在模型中我们使用了统一的freeze-out条件。在右边的图显示了在([81])中的p-p 数据的参数化（实线），以及正则系综的结果（虚线）。

变化而出现一个最大值。让重子化学势 μ_B 恒为零的假设非常接近单粒子碰撞的情形。例如p-p 和 e^+e^- 碰撞。图(3.10)也包含了从p-p, $\bar{p}$ -p 和 e^+e^- 碰撞的实验数据中计算得到的 λ_s 的值[82]。由线段构成的虚线表示在重子化学势 $\mu_B = 0$ 并且正则系综的体积参数为1.2 fm时计算的结果。对于在重离子碰撞和单粒子对撞这两种不同的情况，Wróblewski因子 λ_s 的变化行为主要有两个区别。第一，单粒子对撞的奇异成分含量要比重离子碰撞的奇异成分含量大约小一半。这主要可以理解为在单粒子对撞时，粒子的产生多重数要用正则系综的公式来描述，其中的体积参数大约是1.1-1.2 fm。而在核核碰撞中粒子的产生多重数可用巨正则系综的公式来描述，奇异粒子可以产生在对撞产生体系的任何地方。第二，目前对于单粒子对撞的Wróblewski因子随对撞能量的变化关系上，看不到一个清晰的最大值。

图(3.11)显示了不同的末态奇异粒子对Wróblewski因子的贡献。这里分别考虑了奇异重子，奇异介子和闭奇异粒子（例如 ϕ 和 η ）的贡献。从图(3.11)上可以看出，Wróblewski因子上的最大值主要来源于奇异强子的贡献。因为奇异强子的曲线在能量大约是30 A·GeV时有一个明显的突起。

我们在Wróblewski因子随对撞能量变化曲线上发现最大值情况也可以从

其他的方面看出来。比如包含奇异粒子的粒子产额比。在实验上测量到了 K^+/π^+ 产额比[80, 78]随能量的变化关系。在从SIS到AGS的能量区域内， K^+/π^+ 随着能量的增加是一个增函数。 K^+/π^+ 在20 A·GeV - 40 A·GeV的能量范围内达到一个比较平坦的最大值，然后就缓慢的下降，至少在RHIC能量的时候依然保持着下降的趋势。在输运模型的框架内[83]，kaon的产额随着能量的增加而增加是一个明显的结论。原因是随着能量的增加，kaon产生的机制发生了变化，高能的情况下kaon可以直接从对撞产生体系发射出来。并且输运模型能够定量的描写kaon的产额随着能量的增加而增加情况。然而，到目前为止输运模型仍然无法定量的解释整个能量区间内的实验数据。

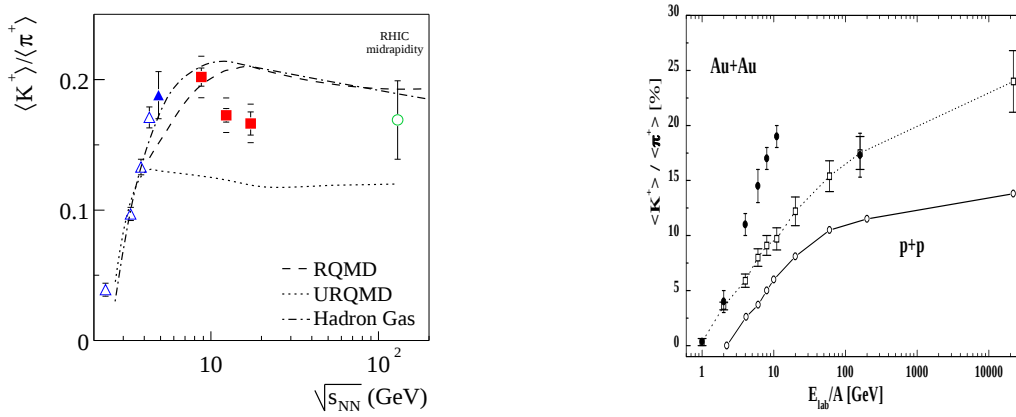


图 3.13: 对于重离子对撞中 K/π 产额比，输运模型的理论结果与实验结果的比较。左边的图表示RQMD[84], UrQMD[85, 69]和统计模型的预言。右边的图是BUU的预言，[83]。详细的讨论见([86, 70])。

在图(3.13)上，我们比较了目前各种输运模型的理论预言和实验结果，这些输运模型包括RQMD, URQMD 和BUU。RQMD可以很好的描述高能量区间部分的实验数据。URQMD可以很好的描写低能量区间部分的实验数据，然而对于高能量区间部分，比如SPS 和RHIC上的结果，理论的估计值明显偏低。BUU模型对于SIS能量的实验数据给出了很好的解释，然而却不能给出整个能量区间 K^+/π^+ 产额比的变化趋势。我们可从图(3.12)上看到，正则系综的统计模型的公式[86]能够很好的描述从SIS到AGS能量区间的 K/π 产额比。对于SIS到AGS能量区间 K/π 产额比升高然后达到一个比较平坦的最大值，从统计模型上理解，可以认为是统计模型的热力学参数随对撞能量的变化以及正则系

综对奇异粒子的产额的压低的综合效应的结果。有些实验结果偏离了简单统计模型的预言，例如NA49实验组[80, 78]在158 A·GeV的整个 4π 区间的 K^+/π^+ 产额比，参见图(3.13)。然而这是在没有引入奇异压低因子 γ_s 前的结果，在引入了 $\gamma_s \sim 0.75$ 后[77]，统计模型的预言得到了改善。我们也注意到在一些要求了特殊的碰撞初态条件的模型中[87]， K^+/π^+ 产额比可以有一个明显的下降。然而这些模型忽略了来自胶子强子化的奇异粒子，因而所考虑的奇异粒子的产生是不完整的。

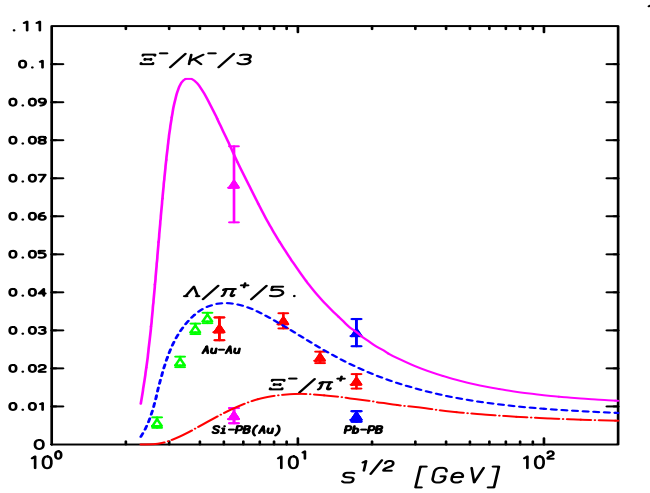


图 3.14: 在核核对撞中的粒子的产额比与质心系能量的关系。在SPS上的实验数据是来自NA49的全部相空间的结果。AGS上的实验结果是来自E810实验组。 Ξ^- 的结果[88]是在Si-Pb对撞的快度空间在 $1.4 < y < 2.9$ 内的结果。这个结果是由在E802实验组的Si-Au碰撞的[89] π^+ 和 K^- 全部相空间结果归一化得到的。图上的曲线表示了统计模型采的结果。

这种在奇异非奇异粒子产额比上看到的有一个比较平坦的最大值的现象也可以在奇异重子奇异和非奇异介子的产额比随对撞能量的变化关系上看到[48]。图(3.14)显示了 Λ/π^+ 和 Ξ^-/π^+ 随对撞能量的变化关系。从图上可以看到一个明显的最大值，尤其是在 Λ/π^+ 的曲线上。这个最大值与重子化学势随对撞能量增加而变小的现象有很强的依赖关系。而和温度随对撞能量增加而增加的现象的依赖关系不明显[48]。 Λ 相对于 Ξ^- 有更明显的增加。从图中也可以看到最大值的峰值随着粒子所含奇异夸克数的增加而往更高能量区间移动的现象。这可以理解

为强子奇异成分含量的增加压低了他们随重子化学势 μ_B 的依赖关系。这也可以从 Ξ^-/K^- 的粒子产额比上看到。 Ξ^-/K^- 的粒子产额比上的最大值的宽度相对变窄。图(3.14)上显示的关于 Λ/π^+ 和 Ξ^-/π^+ 产额比实验上结果都符合统计模型的预言。然而对于kaons, 中心快度区的实验结果似乎比整个 4π 空间的结果与统计模型的预言符合的更好。

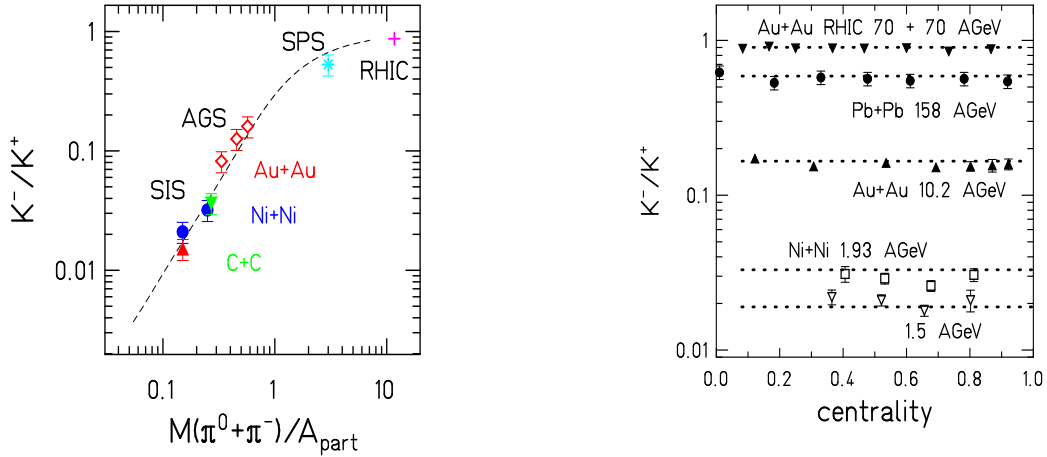


图 3.15: 左边的图显示了 K^+/K^- 产额比随 $(\pi^+ + \pi^0)/A_{part}$ 的变化。

图上的点是实验结果，图上的线是统计模型在考虑统一的freeze-out后的结果。右边的图显示 K^+/K^- 产额比基本上是一个常数，在SIS到RHIC的能量范围内并不随对心度的变化而变化。实验数据来自STAR, NA49, E866, 和KaoS实验组。虚线表示统计模型的结果。

统计模型预言：如果至少两个不同的非奇异粒子的产额比是与对心度无关的常数，那么奇异粒子或者反奇异粒子的产额比也应该是与碰撞对心度无关的常数。这是一个相对来说非常有趣的结论。因为奇异粒子和反奇异粒子在核物质中的产生和吸收机制是不一样的。这正是在低能情况下的情形（AGS以下），在这种情况下 K^+ 和 K^- 主要是由 $\pi N \rightarrow \Lambda K^+$ 和 $\pi \Lambda \rightarrow K^- N$ 过程来产生。其中 K^+ 受到的是排斥势，而 K^- 受到的势吸引势。

因此，统计模型关于 K^+/K^- 的产额比与碰撞对心度无关的预言非常出乎意料。图(3.15)显示了 K^+/K^- 产额比随碰撞能量及对心度的变化关系，涉及从SIS到RHIC的能量范围。图(3.15)右边的部分显示了统计模型的预言。可以看到统计模型的预言和实验数据符合的很好。图(3.15)右边的部分可以看作是碰

撞产生体系末态kaon达到化学平衡的有力证据。图上数据的这些变化趋势也可以从其他的方面看到。如果认为 K^+ 是由达到化学平衡的碰撞产生体系产生的，而 K^- 的产生机制受到重核子和奇异粒子交换作用的影响，那么理论的计算告诉我们， K^+/K^- 粒子产额比与 π/A_{part} 有线性的依赖关系[90]。图(3.15)左边的部分显示在从SIS到AGS的能量范围内，把不同对撞体系的结果放在一起，可以看到，上面的 K^+/K^- 粒子产额比与 π/A_{part} 有线性的依赖关系的结论是成立的。从图上我们还可以看到，对撞能量从AGS上升到SPS的过程中，奇异介子的产生机制发生了变化。

图(3.16)[30]的左边部分显示了 K^+ 和 K^- 的激发函数随着有效能量 $\sqrt{s} - \sqrt{s_{th}}$ 的变化关系。这里的能量的阈值对应于在核核对撞中的 K^+ 和 K^- 的产生阈值。对于 K^+ 介子 $\sqrt{s_{th}} = 2.548$ GeV，对于 K^- 介子 $\sqrt{s_{th}} = 2.87$ GeV。在这种表述中，对于重离子碰撞，在产生阈值附近测量到的 K^+ 和 K^- 的产额非常接近，而对于质子质子对撞的情形， K^+ 和 K^- 的产额将会相差10到100倍[91]。图(3.16)左边的部分显示了实验数据以及用正则系综的统计模型理论计算的结果[30]。从统计模型得到的 K^+ 和 K^- 的激发函数曲线的交点在 $\sqrt{s} - \sqrt{s_{th}}$ 小于零的区间。与此相对应的实验是SIS。可以看到理论的曲线基本上和实验的数据符合。而在AGS能量的激发函数要比在SIS能量的激发函数高出近五倍。我们还可以看到 K^+ 和 K^- 的激发函数随着对撞能量升高的变化趋势并不相同。在统计模型的框架内，这一点可以从 K^+ 和 K^- 的产额对重子化学势 μ_B 的不同的依赖关系上去理解。 K^+ 的产额与重子化学势 μ_B 有很强的依赖关系，因为 K^+ 与的产额与 Λ 有关。而 K^- 的产额与重子化学势 μ_B 没有直接的关系。这样， K^+ 和 K^- 的激发函数随着碰撞能量的增加就有了不同的变化关系。

在统计模型的计算中，所有的粒子都被看作是“在壳”的。也就是说，对于kaon，统计模型计算的它的激发函数时所用的质量是末态时kaon具有的质量。另一方面，有一些输运模型在解释粒子产额的时候，考虑了核物质对粒子质量的修正作用。例如对于 K^- ，核物质的修正使得在介质中的 K^- 的质量要小于正常的 K^- 的质量。这个不同之处并不意味着统计模型和输运模型是互相矛盾的。因为输运模型主要描述的是粒子产生随时间的变化关系，而统计模型主要是描述末态测量到的粒子的产额，正因为如此在统计模型中，要求使用粒子的“在壳”质量。由此可以看出，统计模型和输运模型所描述的阶段不一样。另一个不同是在输运模型中 K^+ 和 K^- 是在碰撞的不同的时间段产生的，因此产生它们的温度是不一样的。而在统计模型中，计算 K^+ 和 K^- 所用到的温度是相同的。可以想象，我们在SIS能量范围看到的化学平衡的现象可能是一种核物质

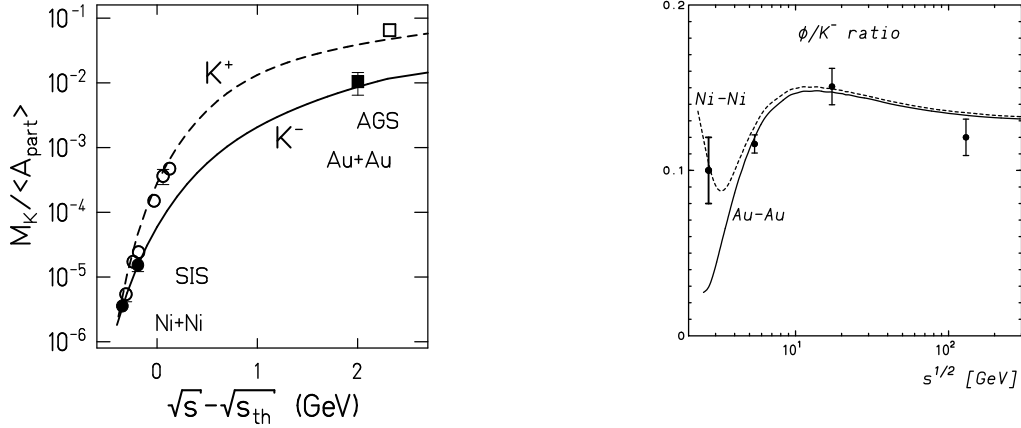


图 3.16: 左边的部分表示在Ni+Ni对撞中用统计模型计算的 K^+/A_{part} 和 K^-/A_{part} 的值随着 $\sqrt{s} - \sqrt{s_{th}}$ 的变化关系。图上的实验点是SIS能量的Ni+Ni对撞实验的数据和Au+Au在10.2 A·GeV (AGS)[92]的实验数据。右边的部分表示用统计模型计算的 ϕ/K^- 产额比。统计模型采用统一的freeze-out曲线。图上的实验点来自([93])

效应的直接的反映。一种可能就是在核物质中，奇异粒子的产生截面明显增加了。

在关于重离子碰撞试验中各种粒子产生的讨论中，矢量介子共振态一直受到人们的格外关注。第一是因为这些粒子能够为手征对称性恢复的研究提供有用的信息[42, 43, 31, 32, 33]，第二是因为可以通过研究这些短寿命的粒子在介质中的衰变宽度的变化来研究核介质效应[45]。在这些矢量介子中， ϕ 介子是人们比较关心的一个。 ϕ 的夸克成分是 $s\bar{s}$ 。因此 ϕ 对于碰撞初期产生的奇异夸克的数量非常敏感。人们也希望通过 ϕ 介子来研究碰撞初期奇异夸克产生的状况。在SPS上，人们发现从 K^+K^- 和 $\mu^+\mu^-$ 这两个不同的衰变道重建出来的 ϕ 介子的产额差别很大[95, 96]。人们对造成这种不同的各种可能的原因进行了深入的讨论[97]。为了更好的理解上面的问题，一个很好的办法是去检验一下 ϕ 介子的产额是否满足统计模型的要求。图(3.16)右边的部分显示了在SIS[93, 98], AGS[99], SPS[95] 和RHIC 能量下[100]测量到的 ϕ/K^- 产额比。然后用Ni-Ni 和Au-Au体系的统计模型的计算结果和实验结果进行比较[101]。从图(3.16)的右边部分可以看到，在 ϕ/K^- 产额比随对撞体系能量的变化曲线中， ϕ/K^- 产额比在能量大约是40 A·GeV的时候有一个比较平坦的极大值。类似于图(3.14)中的不同奇异夸

克含量的粒子产额比中出现的最大值。令人非常惊讶的是，从AGS到RHIC这么大的能量范围， ϕ/K^- 产额比在误差40%以内保持不变。在Ni-Ni对撞实验的结果和上面的结果是一致的。然而，我们必须指出最近的来自FOPI实验组的初步的结果[93]显示， ϕ/K^- 产额比要明显的高出图(3.16)右边部分所显示的结果。SPS上NA50实验组的从低 p_t 得到的斜率参数的结果[96]要比在NA49实验组上的结果[95]大三到五倍。尽管有上面的这些来自实验方面的不确定性，统计模型仍然可以很好的预言数据的走势，在定量描写实验数据的方面也比较成功。下面我们来比较一下正则系综的统计模型在描写不同对撞体系的 ϕ/K^- 产额比随对撞能量的变化关系的主要区别。我们以Ni-Ni 和Au-Au为例来讲。在图(3.16)右边部分的对于Ni-Ni对撞的曲线上，我们可以在 $3 < \sqrt{s} < 4\text{GeV}$ 的能量区间看到一个尖锐的最小值。这是由于正则系综的对奇异夸克产生的压低效应所致。注意我们这里用到的正则系综的统计模型并没有引入奇异压低因子。

另一个重要的现象是 ϕ 的产额随碰撞对心度的依赖关系。在AGS[99], SPS[95] 和RHIC[100]上测量到的 ϕ/K^- 产额比与碰撞的对心度无关。而单独的 ϕ 和 K^- 的产额都与碰撞的对心度有很强的依赖关系。碰撞束流的能量越低， ϕ 和 K^- 与碰撞的对心度的关系越明显。也就是说， ϕ 和kaon随碰撞对心度的变化关系是相似的。

在SPS上 K/π 产额比随碰撞对心度的变化关系也可以用统计模型来描述[102, 103]。 K^+/K^- 和 $\bar{p}/p$ 随碰撞对心度的变化都不很明显，因此可以认为温度和重子化学势基本上不随 A_{part} 变化。 K/π 产额比随碰撞对心度的变化可以基本上归结到奇异不饱和因子 γ_s 随 A_{part} 的变化上去。同样的结论应该也适合AGS和RHIC上的结果。然而 ϕ/K^- 应该也是正比于 γ_s 。这样 ϕ/K^- 产额比随 A_{part} 的变化趋势应该和 K/π 产额比相似。这个结论目前实验上没有给出肯定的回答。关于奇异不饱和因子 γ_s 的问题还需要进一步研究。

第四章 膨胀体系的处理和粒子的横动量谱

4.1 膨胀体系的统计模型

在这一节中，我们将重点讨论一下膨胀体系的统计模型。并且用膨胀体系的统计模型计算一下最近在RHIC上测得的横动量谱[104, 105, 106]。这种处理方法有如下几个基本出发点：1，粒子在脱离对撞产生体系是同时保持由统计模型给出的化学平衡和热平衡。也就是说，当对撞产生体系的热力学参数达到让粒子脱离的时候，所有粒子脱离撞产生体系并且不再有相互作用。2，统计模型决定的粒子分布要叠加上一个流体力学的体系膨胀，包括横向膨胀和纵向膨胀两部分。3，考虑共振态的影响，也包括级联共振态。

到目前为止，用统计模型的方法处理粒子产额比在AGS和SPS等相对论重粒子对撞机上应用的非常成功[107, 59, 108, 109, 110, 111, 112]。最近，在RHIC对撞机上测量到的粒子产额比也可以用统计模型做出很好的解释[113, 114, 115]。人们很希望用统计模型来描述粒子的横动量谱。因为粒子的横动量谱可能反映出共振态衰变的影响，体系的流体力学膨胀或者其他与体系由强子气体到夸克胶子等离子体相变相关的现象。我们可以看到理论预言和实验值在动量区间 $0 \leq p_{\perp} \leq 3.5\text{GeV}$ 一致。模型引入了两个新的自由参数，一个用来描述对撞产生体系的大小，另一个用来描述体系的横向膨胀。我们使用两种模型来描写粒子freeze-out表面和流体力学膨胀。这两个模型都是在Bjorken 纵向膨胀[116]的基础上加入横向流[117, 118]。这种处理方法的详细理解参见[119, 120, 121, 122]。

第一个模型（I）假设freeze-out发生在一个确定的固有时间上，

$$\tau = \sqrt{t^2 - r_z^2 - r_x^2 - r_y^2} = C \quad (4.1)$$

也就是说，由于时间延长，在对撞产生体系外层的粒子比在其中的粒子晚一

些脱离对撞产生体系。我们进一步假设膨胀的四速度与坐标成正比。

$$u^\mu = \frac{x^\mu}{\tau} = \frac{t}{\tau} \left(1, \frac{r_z}{t}, \frac{r_x}{t}, \frac{r_y}{t} \right). \quad (4.2)$$

freeze-out 曲面可以参数化成[121]

$$\begin{aligned} t &= \tau \operatorname{ch} \alpha_{\parallel} \operatorname{ch} \alpha_{\perp}, & r_z &= \tau \operatorname{sh} \alpha_{\parallel} \operatorname{ch} \alpha_{\perp}, \\ r_x &= \tau \operatorname{sh} \alpha_{\perp} \cos \phi, & r_y &= \tau \operatorname{sh} \alpha_{\perp} \sin \phi, \end{aligned} \quad (4.3)$$

其中 $\alpha_{\parallel}$ 是流体体积元 ($v_z = r_z/t = \tanh \alpha_{\parallel}$) 的快度。 $\alpha_{\perp}$ 用来描述体系的横向大小 ($\rho = \tau \operatorname{sh} \alpha_{\perp}$)。横向的速度是 $v_{\rho} = \tanh \alpha_{\perp} / \operatorname{ch} \alpha_{\parallel}$ 。另外我们认为 $\rho = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} < \rho_{max}$ 。

第二个模型的四速度和freeze-out曲面的参数化采用 *blast* 模型用到的方法，具体可参见[120, 122]。

$$\begin{aligned} u^\mu &= (\operatorname{ch} \alpha_{\parallel} \operatorname{ch} \beta_{\perp}, \operatorname{sh} \alpha_{\parallel} \operatorname{ch} \beta_{\perp}, \cos \phi \operatorname{sh} \beta_{\perp}, \sin \phi \operatorname{sh} \beta_{\perp}), \\ t &= \tau \operatorname{ch} \alpha_{\parallel}, & r_z &= \tau \operatorname{sh} \alpha_{\parallel}, \\ r_x &= \tau \operatorname{sh} \alpha_{\perp} \cos \phi, & r_y &= \tau \operatorname{sh} \alpha_{\perp} \sin \phi. \end{aligned} \quad (4.4)$$

这两种参数化方法都是平移不变的。由于RHIC上的结果有一些偏离平移不变性假设[106]，可以认为我们这种处理方法只适用于中心快度区。我们可以用 $\alpha_{\parallel}$ 的积分上下限来限制体系纵向的大小。用这种近似的处理方法的到的谱和使用了平移不变性得到的谱非常接近，即使 $\alpha_{\parallel}$ 的积分上限只有0.5。freeze-out发生的条件对于整个freeze-out曲面是统一的，也就是说freeze-out发生的温度和化学势是相同的。对于平移不变的体系，中心快度区的粒子比不会受到体系膨胀的影响。这一点将会在下面讨论。因此，体系的热力学参数可以从没有考虑体系膨胀的标准的统计模型的分析给出[115]： $T = 165 \pm 7 \text{ MeV}$ ， $\mu_B = 41 \pm 5 \text{ MeV}$ ， $\mu_S = 9 \text{ MeV}$ ， $\mu_I = -1 \text{ MeV}$ 。知道了温度和化学势，我们可以得到一个基本的粒子产额，另外，我们还需要考虑共振态衰变的影响。这里我们只考虑两体和三体衰变的影响。这些衰变的影响非常重要，考虑它们使得体系的温度降低35-40 MeV[115, 123, 124]，然后我们用标准的Cooper-Frye-Schonberg公式计算粒子的 $p_{\perp}$ 谱。粒子的产额由freeze-out曲面上的积分得到： $N_i = \int d^3p/p^0 \int p^\mu d\Sigma_\mu f_i(p \cdot u)$ 。其中 $d\Sigma_\mu$ 是曲面的体积元， f_i 是粒子 i 的相空间分布，包括了来自共振态的贡献。 $p^\mu = (m_{\perp} \operatorname{ch} y, m_{\perp} \operatorname{sh} y, p_{\perp} \cos \varphi, p_{\perp} \sin \varphi)$ 是四动量。最后我们发现对于模型I，粒子的横动量快度分布可以写作：

$$\begin{aligned} \frac{dN_i}{d^2p_\perp dy} = & \tau^3 \int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha_\parallel \int_0^{\rho_{\max}/\tau} \text{sh}\alpha_\perp d(\text{sh}\alpha_\perp) \\ & \times \int_0^{2\pi} d\xi p \cdot u f_i(p \cdot u), \end{aligned} \quad (4.5)$$

其中 $p \cdot u = m_\perp \text{ch}(y - \alpha_\parallel) \text{ch}\alpha_\perp - p_\perp \cos \xi \text{sh}\alpha_\perp$, $\xi = \phi - \varphi$ 。同样的, 对于模型II, 我们采用的参数是速度 $\beta_\perp$ 和体系的体积[120, 122]。我们可以看到, 粒子的快度分布是平移不变的。因为对于快度 y 的依赖可以通过平移 $\alpha_\parallel \rightarrow \alpha_\parallel + y$ 消掉。很明显, 这是由于我们假设freeze-out曲面的平移不变性产生的结果。

在用统计模型拟合的时候, 我们要计算积分[115] $N_i = V \int d^3p f_i(\sqrt{m_i^2 + p^2})$ 。这样就会有一个问题, 这种从整个相空间中算出的粒子比和实验中测量到的中心快度区的粒子比 $dN_i/dy = \int d^2p_\perp dN_i/(d^2p_\perp dy)$ 是否一致呢? 下面对于平移不变的体系, 我们证明这两种比值是相等的。事实上, 因为 dN_i/dy 与 y 无关, 我们有

$$\frac{dN_i/dy}{dN_j/dy} = \frac{\int dy dN_i/dy}{\int dy dN_j/dy} = \frac{N_i}{N_j}. \quad (4.6)$$

这就是说, 我们能够用整个相空间的结果来和实验对比。

图4.1是我们的主要结果。在图4.1 (a, b) 中, 我们把模型预言的结果和PHENIX初步的实验结果[104]做了比较。比较的粒子包括 π 介子, K 介子, 质子和反质子。拟合模型的参数使用 χ^2 方法, 用到了图4.1 (a, b) 中所有 $0 < p_\perp < 2\text{GeV}$ 的实验点。对于模型I, 拟合的结果给出 $\tau = 5.55\text{fm}$, $\rho_{\max} = 4.50$ 。对于模型II, $\mathcal{V} = (6.48\text{fm})^3$, $\beta_\perp = 0.52$ 。参数拟合的统计误差大约是1。在图4.1 (c) 中, 我们比较了模型的预言和PHENIX [104] 及STAR [105]的对心碰撞的初步的实验数据。对于4.1 (c), 拟合模型的参数使用最小方差的方法, 用到了图4.1 (c) 中所有的实验点。对于模型I, 拟合的结果给出 $\tau = 7.66\text{fm}$, $\rho_{\max} = 6.69$ 。对于模型II, $\mathcal{V} = (9.81\text{fm})^3$, $\beta_\perp = 0.52$ 。中心对撞产生体系的体积大于所有对心度的平均值是合理的。描写体系大小的参数对应碰撞产生体系的体积。对于模型I的对心碰撞的情况, $\rho_{\max} = 6.69\text{fm}$, 这个值非常接近金原子核的半径 6.22fm 。图4.1上的拟合是非常成功的, 对于4.1 (a, b) 的情况, 模型I的带误差的粗黑线穿过了所有的实验点, 其中 $\chi^2/(\text{自由度})$ 小于1。模型II比较成功的解释了 $0 < p_\perp < 2\text{GeV}$ 范围内的实验数据, 对于更高的动量, 模型与实验数据有偏离, 有人认为是由于硬过程的贡献在高动量区比较明显。对心碰撞的拟合的质量和整体拟合差不多, 只是对于低动量区的反质子, 理论

偏离STAR的实验数据30-50%。注意在这个低动量区STAR 和PHENIX的实验结果也不是很一致。

在PHOBOS [125]上测到的总的对心碰撞的带电强子多重数是 $555 \pm 12 \pm 35$ ，这个值和模型采用上面的体积参数算到的结果相符，对于模型I $\tau \simeq 7$ ，对于模型II $V \simeq (9\text{fm})^3$ 。

由于奇异化学势和同为旋化学势接近于零，模型所预言的 π^+ 和 π^- ， K^+ 和 K^- 的谱基本上是相同的。重子化学势的值大约是41 MeV，它导致了 p 和 $\bar{p}$ 的谱线的分离。注意在图4.1中模型拟合了 π^+ 和 π^- 的谱在低动量区的凸形部分。另外 π^+ 和 p 的谱线的交点在 $p_\perp \simeq 2$ GeV， K^+ 和 p 的交点在 $p_\perp \simeq 1$ GeV都与实验符合的很好。这里有一点要强调，我们这里的拟合与传统的blast模型不同，传统的模型对于不同的粒子要根据半经验公式来调整温度。我们治理的freeze-out温度是由粒子产额比确定的[115]。

在表4.1中我们列出了 T_{eff} ， T_{eff} 的定义是使用 $\text{const} \exp(-m_\perp/T_{\text{eff}})$ 去拟合数据和平均 $p_\perp$ 得到的参数。注意这里的定义依赖于拟合的 $m_\perp$ 区域，因此测量的结果与 $m_\perp$ 有关。对于 π 介子，我们使用 $0.3\text{GeV} < p_\perp < 0.9\text{GeV}$ 。对于 K^+ 和正反质子，我们使用 $0.55\text{GeV} < p_\perp < 1.6\text{GeV}$ ，对于 K^- ，我们使用 $0.75\text{GeV} < p_\perp < 1.6\text{GeV}$ 。除了PHENIX的对心碰撞的 $\bar{p}$ （2.5倍标准方差）和STAR的对心碰撞的 $\bar{p}$ 和 K^- （4.6和2倍标准方差）有较大偏差，实验与模型的预言基本上一致。平均动量 $\langle p_\perp \rangle$ 的值都在一倍方差之内。

现在我们来讨论一下在这个分析中各种因素的作用。在图4.2中,由点组成的虚线表示 π 介子在原始的统计模型中的谱。用到的温度化学势等参数和我们在上面的分析中用到的一样。也没有考虑共振态衰变的影响。所有的共振态衰变的用由点和线段组成的虚线表示。共振态衰变导致了温度大约降低了35-40 MeV [115]。这是因为共振态衰变的粒子倾向于位于低横动量的区域。我们可以看到，即使考虑了共振态的影响，谱线仍然是下凹的。Bjorken纵向膨胀的影响（ $\tau = \sqrt{t^2 - r_z^2} = \text{const}$ ）用由线段组成的虚线表示。这是一个红移效应，因为所有的流体体积元都远离观测者。这导致体系的温度进一步降低。实线代表模型I的最终结果，即考虑了纵向膨胀也考虑了横向膨胀的影响。横向膨胀导致部分的流体体积元接近观测者，导致了蓝移[126] 图4.2中的实线表示了红移和蓝移的综合效果。值得注意的是，最终的谱线变成凸形的了。对于较重的粒子蓝移的影响要更明显一些，正如图4.1和表4.1中所示的那样。

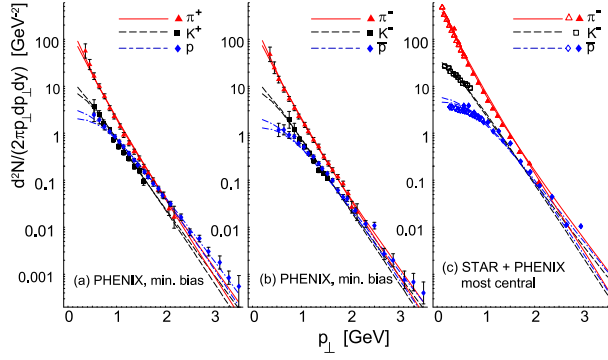


图 4.1: 在 $y = 0$ 处的 π 介子(实线), K 介子 (线段虚线) 和质子反质子 (点线段虚线) 模型I(粗线)和模型II (细线) 的 $p_{\perp}$ 谱, 与PHENIX初步结果的对比 (a, b), 与STAR (空心) 和PHENIX ($Au+Au \sqrt{s} = 130 \text{ GeV}$) 对心碰撞数据的对比 (c)。

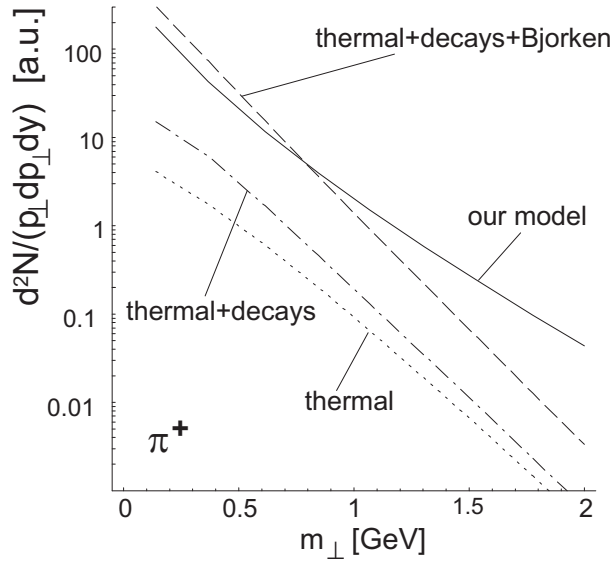


图 4.2: 各种因素在 π 介子 $p_{\perp}$ 谱中的贡献。

T_{eff} [MeV]	π	K	p or $\bar{p}$
PHENIX, min. bias, exp.	190 ± 17	272 ± 16	274 ± 11
positive hadrons model I	203	263	292
PHENIX, min. bias, exp.	207 ± 20	260 ± 17	301 ± 14
negative hadrons model I	202	255	291
PHENIX, most central, exp.	197 ± 19	-	367 ± 23
negative hadrons model I	206	273	310
STAR, most central, exp.	188 ± 20	300 ± 35	560 ± 50
negative hadrons model I	176	223	327
$\langle p_{\perp} \rangle$ [MeV]	π	K	p or $\bar{p}$
PHENIX, most central, exp.	370 ± 70	600 ± 60	840 ± 50
positive hadrons model I	438	629	853
PHENIX, most central, exp.	370 ± 70	630 ± 80	860 ± 50
negative hadrons model I	434	629	852

总结一下膨胀统计模型的讨论，可以看到，膨胀统计模型有四个基本点，第一，热平衡和化学平衡同时达到；第二，共振态衰变的影响；第三，纵向膨胀；第四，横向膨胀。其中第一点热平衡和化学平衡同时达到的假设特别值得指出，这种假设在以前的分析中也曾用到[127, 128]。这种膨胀统计模型的分析对于SPS的数据也适用。

4.2 粒子产额比与粒子动量谱

相对论重离子碰撞在实验室里制造了一种热密物质，但是这种热密物质的性质很难被直接测量出来。人们只能通过末态的粒子推测它的性质。末态粒子的产额比是一个实验上比较明显的可观测量。并且粒子产额比也是重离子碰撞

的产生子的蒙特卡罗模拟的重要输入量[2, 3]。末态粒子的动量谱是另外一个包含着更多信息量的实验可观测量。人们认为夸克解禁的最有希望的信号与光子[129, 130]，双轻子[131, 132, 133, 134, 135, 136, 43] 和强子[137, 50, 138, 139]的横动量谱有很密切的关系。一开始统计模型引入重离子物理来描述末态粒子的产额比。在解释末态粒子产额比上统计模型取得了很大的成功。仅用几个参数就将所有的粒子产额比拟合了出来[140, 141, 41, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, ?, ?, ?, ?]，甚至在 e^+e^- 对撞中统计模型也是非常成功的。在粒子产额比上的成功使得人们相信在重离子对撞中达到了热化，因为热化是统计模型的前提。统计模型的成功也使得人们希望通过统计模型来描写末态粒子的动量谱。不幸的是，要解释大范围的粒子的动量谱，简单的统计模型的表现并不理想。对于高动量的区域统计模型并不能像QCD指数定律一样拟合实验数据。人们做了更大努力让统计模型来拟合粒子的动量谱，其中包括引入了流[15, 16]，也就是考虑了系统的膨胀。考虑了流之后的统计模型能够拟合 $P_t < 3 \text{ GeV}$ 的粒子动量谱。

为什么统计模型可以很成功地解释粒子的产额比，却不能轻松地解释粒子的动量谱，尤其是对于高动量的区域。下面我们将就以上问题提供一种可能的理解。在下一部分中，我们将介绍自动热化和冷却统计模型的概念，然后详细地介绍冷却统计模型，接着在一定假设条件下做一个简单的计算和实验比较。

4.3 自动平衡和冷却统计模型

首先，我们重复一下系综的概念。系综是在统计物理中的很古老的概念。我们可以为一个要研究的系统创造一个系综。这个系综包括很多系统在不同微观状态下的复制。系综的每一个元素和系综所代表的系统具有相同的外部条件。系综的一个元素和系综所对应的系统的不同之处是前者只是后者的一个可能的状态。而后者一般来说是一个已经达到平衡了的体系。我们可以将系综里的每一个元素理解为系综所对应系统的一个快照。系综的所有的元素均匀的填满整个相空间。如果我们要研究的系统处于平衡状态，我们可以通过它所对应的系综来研究系统的性质。所用的方法就是将求的物理量对系综的每一个元素求平均。这种方法的正确性在统计物理里被大量的实验所证实。

系综只是统计物理中的一个帮助理解统计方法的概念。在真实的世界中人们从来没有看到过或者制造出一个系综来。然而，人们在高能物理的实验中创造出了和系综非常接近的体系。这就是高能碰撞后的对撞产生体系。这个体系的寿命都很短。现在来看对撞产生体系，首先一个实验的所有事件的对撞产生

体系都有相同的外部条件。包括相同的入射粒子和靶粒子，以及相同的碰撞能量。对于相同对心度的事件，体系的大小也相同。我们可以有几百万个碰撞产生体系，这正好对应着系综里对系统的大量复制，一些实验数据分析的方法恰好是将所有的事件取平均，这也和系综理论中对系综的每一个元素取平均相对应。因此，碰撞产生体系的集合与系综非常接近。当然，高能碰撞产生体系的集合与统计系综也有一些不同之处。统计系统中的每一个元素代表系统的一个可能的状态，而每个碰撞产生体系则可能代表很多状态，甚至可能达到平衡状态。虽然碰撞产生体系的寿命只有几个 fs ，但是由于极高温度下热运动非常剧烈，并不能排除短时间内达到平衡的可能性。再一个不同之处是统计系综可以有无限个元素，而对碰撞产生体系的数量虽然很大，但总是有限的。

众所周知，将系综中所有的元素取平均，我们可以得到系综所描述的平衡系统的性质。同样的道理，将所有高能物理中的碰撞产生体系取平均，我们得到的是一个平衡体系的性质。不管每个碰撞产生体系是否达到平衡，用这种求平均的方法所描述的体系始终是达到平衡状态的。这个平衡并不是由于碰撞产生体系内部粒子之间的相互作用达到的。这个平衡是由于数据分析的方法恰恰就是统计物理中的系综方法。这样，分析出来的结果总是显示平衡状态的性质。我们将这种平衡叫做自动平衡。

我们要研究的对象是碰撞产生体系。然而，由于分析数据的方法和统计物理上的系综方法的相似性，使得由这种分析所得到的结果对应着一个达到了自动平衡的体系。如果碰撞产生体系是热化的，那么碰撞产生体系和这个自动平衡体系就没有区别。另一方面是，如果统计模型的预言和实验分析的结果一致，我们不能下结论说碰撞产生体系达到了热平衡。因为这里实验和理论的一致性可能来源于数据分析中用到的对所有事件求平均值的方法。

如果上述讨论是正确的，也就是说实验结果反映了一个自动平衡体系的性质，那么实验结果应该和统计模型的预言相一致。这里我们关注的是粒子产额比和粒子动量谱。统计模型解释粒子产额比非常成功，统计模型几乎可以解释所有高能碰撞的粒子产额比，甚至包括 e^+e^- 碰撞。可是统计模型只是部分地解释了粒子动量谱。统计模型无法拟合动量高于3 GeV的粒子动量谱。

让我们来看一下统计模型的公式。普通的统计模型里指数因子里包含的项仅包括粒子的动能，也就是说我们认为粒子之间的势能相对于粒子的动能来说是可以忽略的。由此高动量下的粒子动量谱应该和统计模型符合得更好，因为QCD告诉我们，粒子之间的相互作用随着动量的增加而变弱。

为了解决这个疑惑，我们首先来看统计模型中用到的解释粒子动量谱的方

法[15]。对于高 p_T 区间，简单的统计模型在粒子谱的指数坐标系中近似给出了一条随动量下降的直线。如果考虑了来自共振态衰变的贡献，再考虑体系的横向膨胀和纵向膨胀，理论和实验的结果就一致了。我们可以看到，统计模型之所以能够成功的拟合粒子动量谱，体系的膨胀效应起了重要的作用。

现在我们提出这样一个问题：能不能在考虑系统膨胀的同时也考虑到系统的降温呢？但是，考虑对撞产生体系的降温是非常危险的。因为在我们不清楚对撞产生体系是否达到平衡状态之前就考虑它的温度是没有意义的。最保险的方法是，在对撞产生体系即将freeze-out时使用温度的概念。因为这时对撞产生体系最接近平衡的时候。

然而，讨论自动平衡体系的降温却是非常直接的。因为自动平衡体系时刻保持着平衡，虽然是由于统计的原因而不是动力学的原因。自动平衡体系的演化很类似于准静态过程，随着体积的膨胀，温度下降。

在下一部分中，我们将介绍一个考虑了体系温度下降的统计模型。自动平衡体系温度的下降是这个统计模型的新的特点。自动平衡体系随着温度的下降会不断辐射粒子，而不是将所有粒子在特定温度下一起辐射出来。

4.4 冷却统计模型的公式

大部分的假设都是从以前的文献中继承下来的。首先，假设freeze-out过程发生在一个特定的固有时上 $\tau = \sqrt{t^2 - r_z^2 - r_x^2 - r_y^2} = \text{const}$ 。但这并不意味着粒子同时辐射出来。在对撞产生体系的整个存在过程中都会向外辐射粒子。第二，我们假设膨胀的四速度正比于空间坐标。

$$u^\mu = \frac{x^\mu}{\tau} = \frac{t}{\tau} \left(1, \frac{r_z}{t}, \frac{r_x}{t}, \frac{r_y}{t} \right). \quad (4.7)$$

freeze-out的曲面可以参数化为

$$\begin{aligned} t &= \tau \text{ch}\alpha_{\parallel} \text{ch}\alpha_{\perp}, & r_z &= \tau \text{sh}\alpha_{\parallel} \text{ch}\alpha_{\perp}, \\ r_x &= \tau \text{sh}\alpha_{\perp} \cos\phi, & r_y &= \tau \text{sh}\alpha_{\perp} \sin\phi, \end{aligned} \quad (4.8)$$

其中 $\alpha_{\parallel}$ 是流体体积元的快度，($v_z = r_z/t = \tanh\alpha_{\parallel}$)， $\alpha_{\perp}$ 是体系的横向大小($\rho = \tau \text{sh}\alpha_{\perp}$)。

$v_{\rho} = \tanh\alpha_{\perp}/\text{ch}\alpha_{\parallel}$ 表示横向速度，由于体系的横向大小是有限的，我们考虑 $\rho = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} < \rho_{\max}$ 。

由于体系的平移不变性，在[15]中证明了：整个相空间的粒子产额比和中心快度区的粒子产额比是相同的。在计算观测到的强子的动量谱时，我们使用标准的Cooper-Frye-Schonberg公式。

自动平衡的体系在膨胀和冷却的过程中辐射粒子。所以我们在实验上测量的粒子是在整个膨胀或者冷却过程的不同时刻辐射出来的所有粒子的累积。我们引入一个描述自动平衡体系辐射能力的方程 $r(T)$ ，它归一化为 $\int_{T_{ch}}^{T_i} r(T) dT = 1$ ，其中 T_{ch} 是体系freeze-out的温度， T_i 是体系的初始温度，可以由束流的能量来估计。

基于以上的假设，我们可以通过对整个freeze-out曲面和对撞产生体系的整个存在过程积分得到粒子密度。

$$N_i = \int d^3p/p^0 \int p^\mu \int_{T_{ch}}^{T_i} r(T) d\Sigma_\mu f_i(p \cdot u, T) dT \quad (4.9)$$

其中 $d\Sigma_\mu$ 是曲面上的体积元， f_i 粒子 i 的相空间分布函数，

$p^\mu = (m_\perp \cosh y, m_\perp \sinh y, p_\perp \cos \varphi, p_\perp \sin \varphi)$ 是四动量这样，粒子随快度和横动量的分布函数写为：

$$\begin{aligned} \frac{dN_i}{d^2p_\perp dy} = & \tau^3 \int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha_\parallel \int_0^{\rho_{\max}/\tau} \text{sh} \alpha_\perp d(\text{sh} \alpha_\perp) \\ & \int_0^{2\pi} \int_{T_{ch}}^{T_i} dT d\xi p \cdot u f_i(p \cdot u, T) r(T) \end{aligned} \quad (4.10)$$

其中 $p \cdot u = m_\perp \cosh(y - \alpha_\parallel) \cosh \alpha_\perp - p_\perp \cos \xi \sinh \alpha_\perp$ ， $\xi = \phi - \varphi$ 。

与只考虑了体系膨胀的统计模型相比，冷却统计模型只是将固定的温度替换为一个随温度变化的辐射函数。正因为如此，在最后的粒子密度函数中出现了一个辐射函数和对温度的积分。

4.5 一个简单的计算以及理论与实验的比较

为了了解这个冷却统计模型是否和实验符合，我们要做公式(4.10)中的积分。我们使用vegas来处理里面的四重积分。为了计算共振态衰变的贡献，我们使用THERMUS来模拟各种共振态的相对贡献。

我们对于辐射函数的了解非常有限。因为在对撞产生体系freeze-out的时候，辐射出去的粒子最多，辐射函数达到它的最大值，同时考虑到对撞产生体

系的体积会随着体系的膨胀而增加，对撞产生体系的体积对应着能够辐射粒子的源点的数目。我们这里假设源点增加的数目正比于平均能量的减少，也就是温度的减少，我们有 $\frac{dN_s}{N_s} \propto dT$ 。我们可以得到

$$\frac{dN_s}{N_s} = c dT \quad (4.11)$$

其中 N_s 是对撞产生体系中能够辐射粒子的点的数目，也就是代表了源的辐射能力。常数 c 是一个新引入的常数。因为 N_s 随着体系温度的降低而增加，所以常数 c 应该是负值。基于这些简单的假设，辐射函数可以写为：

$$r(T) = \frac{1}{N_n} \exp(cT) \quad (4.12)$$

其中 N_n 是归一化因子。到现在我们已经清楚了计算要用到的所有的量。

计算中除了常数 c 外所遇到的参数都可以从前面的文献中得到[15]。我们有 freeze-out 温度 $T_{ch} = 165 \pm 7 \text{ MeV}$ ，初始温度 $T_i = \text{Beam energy}/3$ ，重子化学势 $\mu_B = 41 \pm 5 \text{ MeV}$ ，奇异化学势 $\mu_S = 9 \text{ MeV}$ ，同位旋化学势 $\mu_I = -1 \text{ MeV}$ ，freeze-out 的不变时间常数 $\tau = 5.55 \text{ fm}$ ，横向体积参数 $\rho_{\max} = 4.50$ 。

因为在计算粒子产额比的时候，辐射函数的作用将会被约去，冷却统计模型并不会对粒子产额比产生影响。也就是说冷却统计模型和以前的统计模型在计算粒子产额比的时候是一样的。冷却统计模型会对粒子的谱产生影响。低动量部分的粒子谱主要有辐射函数的低温部分决定，因为我们这里用到的辐射函数是随着温度的升高按指数衰减的。这样，在粒子动量谱上，冷却统计模型保留了膨胀统计模型在低动量部分的主要结果。我们需要检查一下的是高动量部分的粒子谱。我这里使用 π^0 作为要考察的粒子。这样选择是因为 π^0 的高动量的谱容易得到。

图1显示了实验上测得的 π^0 的动量谱[149]和冷却统计模型的计算结果。计算中常数 $c = -5$ 。图上三角形的点代表实验测量的结果，圆形的点代表冷却统计模型的计算结果。理论和实验在到 10 GeV 的范围内是相一致的。这种一致性告诉我们，对于 π^0 的情况，冷却统计模型是适用的。要得到更好的结果，需要进一步了解辐射函数的具体形式。理论的拟合对于初始温度 T_i 并不敏感，但是对于 T_{ch} 和 c 非常敏感。

虽然我们需要检验更多的粒子的理论和实验数据是否符合，但 π^0 的理论值与实验值相符和的情况是一个很好的开始。但是，自动平衡使得我们无法通过

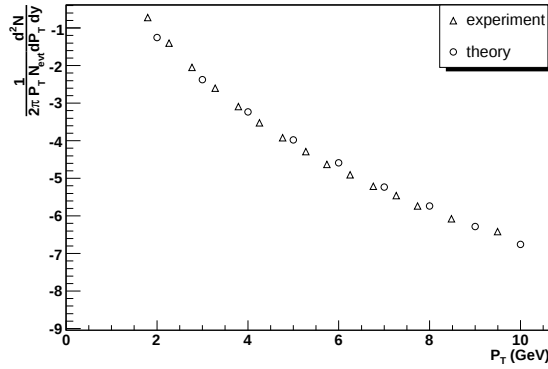


图 4.3: 实验上测得的 π^0 的动量谱和冷却统计模型的计算结果

动量谱的信息知道对撞产生体系是否达到热平衡。这一点早在[150]就被指出来了。但当时的原因是动力学的而不是由于自动平衡。设想一个巨大的事件，有几十亿的末态出射粒子，我们可以通过一个事件的粒子动量谱与统计模型的符合情况来检验这个对撞产生体系是否达到了热平衡。但是对于真正的事件，即使是RHIC上的中心对撞事件，也只有几千个末态强子。我们不得不统计大量的事件，正事这种统计的方法引入了自动平衡。我们不能通过这样的分析结果下结论说对撞产生体系是否达到热平衡。

4.6 小结

总结一下这一节的内容，我们讨论了由于高能物理实验和它的数据分析方法导致的自动平衡。基于这种自动平衡，我们发展了冷却统计模型。在这个模型里，对撞产生体系在整个存在过程中都向外辐射粒子，而不是在一个特定的温度下freeze-out。冷却统计模型给了我对于粒子动量谱的一种新的理解方法。冷却统计模型保留了以前的统计模型的关于粒子产额比和低横动量的粒子动量谱的主要结果，它能拟合横动量谱到10GeV。但是由于自动热平衡的概念，我们不能通过粒子动量谱的曲线和冷却统计模型的一致来判断对撞产生体系达到了热平衡。

第五章 巨正则系综统计模型的应用

5.1 从AGS到RHIC的粒子产额的统计模型分析

为了分析能量范围在40 GeV及以上的重离子对撞的实验数据，我们使用巨正则系综的公式。这部分用到的实验结果来自参考文献([94, 151])。下面我们简述一下用到的公式：巨正则系综的配分函数写做

$$\ln Z(T, V, \vec{\mu}) = \sum_i \ln Z_i(T, V, \vec{\mu}), \quad (5.1)$$

其中 $\epsilon_i = \sqrt{p^2 + m_i^2}$ ， $\vec{\mu} = (\mu_B, \mu_S, \mu_Q)$ ，它们分别代表重子化学势，奇异粒子化学势和电荷化学势。

对于粒子 i ， S_i ， B_i ， Q_i 和 g_i 分别表示奇异夸克数，重子数，电荷数和自旋简并度，根据[26]我们有：

$$\ln Z_i(T, V, \vec{\mu}) = \frac{V g_i}{2\pi^2} \int_0^\infty \pm p^2 dp \ln[1 \pm \lambda_i \exp(-\beta \epsilon_i)], \quad (5.2)$$

对于费米子用(+)，对于玻色子用(-)。

将逸度

$$\lambda_i(T, \vec{\mu}) = \exp\left(\frac{B_i \mu_B + S_i \mu_S + Q_i \mu_Q}{T}\right) \quad (5.3)$$

展开然后在(5.2)上做动量积分，我们得到：

$$\ln Z_i(T, V, \vec{\mu}) = \frac{V T g_i}{2\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\pm 1)^{k+1}}{k^2} \lambda_i^k m_i^2 K_2\left(\frac{k m_i}{T}\right), \quad (5.4)$$

其中 K_2 是修正的贝塞尔函数，对于费米子用下面的符号，对于玻色子用上面的符号。

(5.4)的第一项对应玻耳兹曼近似，我们可以得到粒子 i 的密度是

$$n_i(T, \vec{\mu}) = \frac{\langle N_i \rangle}{V} = \frac{T g_i}{2\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\pm 1)^{k+1}}{k} \lambda_i^k m_i^2 K_2\left(\frac{k m_i}{T}\right), \quad (5.5)$$

我们使用以上公式描写巨正则系综的配分函数和粒子密度。

通过上面的讨论我们知道，巨正则系综的统计模型的两个独立的参数是温度 T 和重子化学势 μ_B 。对撞产生体系的体积参数 V ，奇异粒子化学势 μ_S 和电荷化学势 μ_Q 可以由下面的附加条件来确定。首先，整体的奇异数守恒可以用来确定 μ_S 。注意这里的奇异数守恒是指对于所有 4π 方位角的粒子。对于中心快度区的粒子，我们可以近似认为进入和离开中心快度区的奇异粒子的数目大致相等，也可以使用同样的方法来确定 μ_S 。电荷守恒隐含了一个对同位旋的限制条件，根据

$$V \sum_i n_i I_i^3 = \frac{Z - N}{2}. \quad (5.6)$$

([152, 153, 27]) 这里 Z 和 N 分别代表发生碰撞的核里的质子数核中子数， I^3 核 I_i^3 分别代表同位旋第三分量的和粒子 i 的同位旋第三分量的和。这个同位旋守恒的条件在低能的条件下是合理的，因为在低能的条件下，对撞的原子核能够完全发生碰撞并且我们可以使用全部 4π 方位角的粒子的产额。详细的讨论参见([20, 152])。对于更高的对撞能量，由于在分析数据的时候只能用到中心快度区的实验数据，方程(5.6)右边的项应该换为在考虑了输运效应后中子数与质子数的差。这个数值应该明显的小于(5.6)中全部快度区间的中子数与质子数的差，但是这个数值我们并不完全清楚。然而，对于高能的重离子碰撞，这个数值并不是非常重要了。因为在高能的重离子碰撞的情况下，同位旋守恒主要由pion决定。经验上，同位旋守恒在AGS能量及其以下是重要的，对于在40 GeV/nucleon能量的对撞，同位旋守恒的影响就非常小了，大约只有10 %。在SPS 和RHIC的能量范围内，同位旋守恒效应的影响基本上可以忽略了。在40 GeV/nucleon能量的时候，如果我们使用全部的中子数与质子数之差来作为同位旋守恒的上限条件，我们会高估pion的不对称性。对于体积参数，也分两种不同的情况。对于低能的重离子对撞，由于可以测量到整个 4π 相空间的粒子，体积参数由整个相空间的重子数守恒来确定。对于对撞能量比较高的情况，我们只能测量到中心快度区的实验数据，因此体积参数可以由中心快度区的pion的多重数来确定。在计算粒子产额比的时候，体积参数被消去。我们在分析中用到的强子的谱包括所有质量在1.5 GeV以下的介子和所有质量在2 GeV的重子。为了使所讨论的情形更接近实际情况，我们考虑强子之间有一个短程的排斥力。对于引入的这种排斥力，有很多不同的处理方法。详见([152, 153, 27])。下式是其中的一种处理方法

$$p^{excl.}(T, \mu) = p^{id.gas}(T, \hat{\mu}); \quad \text{with } \hat{\mu} = \mu - v_{eigen} p^{excl.}(T, \mu). \quad (5.7)$$

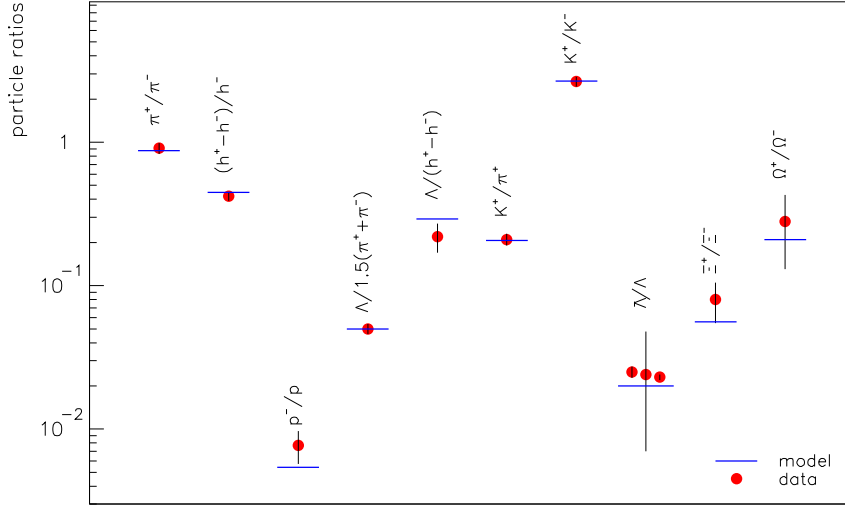


图 5.1: 对于40 GeV/nucleon的Pb-Pb的实验数据和巨正则系综统计模型的预言的比较。统计模型所用的参数是 $T = 148$ MeV and $\mu_B = 400$ MeV。

上式是一种模拟粒子之间排斥力的一种方法，这种方法是给所有的粒子指定一个本征体积 v_{eigen} ，进而影响了对撞产生体系的压强 p 。方程(5.7)的迭代的，首先可以用修正后的化学势 $\hat{\mu}$ 去计算压强，然后再用这个压强去计算新的修正厚的化学势。不断往复计算，就会得到固定的值。最后的粒子密度是由 $\hat{\mu}$ 代替原来(5.5)中的 μ 。本征体积 v_{eigen} 应该恰当选取。在([20, 152])中讨论了在很大的参数范围内选择 v_{eigen} 的方法。在我们的计算中，我们采用 $v_{eigen} = 4\frac{4}{3}\pi R^3$ ，其中 R 是对撞原子核的半径。使用同样的本征体积处理所有的粒子，可以看到，粒子的产额会受的这种修正的明显的影响，而粒子的产额比几乎不受到这种方法的影响。但是如果对不同的粒子使用不同的本征体积，那么粒子的产额比就会明显的受到这种方法的影响。在我们的处理中，我们是根据核子核子散射实验中的到的核的体积[154]，决定本征体积的大小。因此，我们对所有重子采用统一的本征体积 $R=0.3$ fm。对于介子，我们希望本征体积不超过这个数值。在没有更好的理论指导的情况下，对于介子我们仍然采用 $R=0.3$ fm。详细的关于变化本征体积的讨论参见([20, 152])。在粒子产生后，有些共振态或者较重的粒子会进一步衰变，衰变产生的粒子会影响末态粒子的产额。前面讨论过这种共振态衰

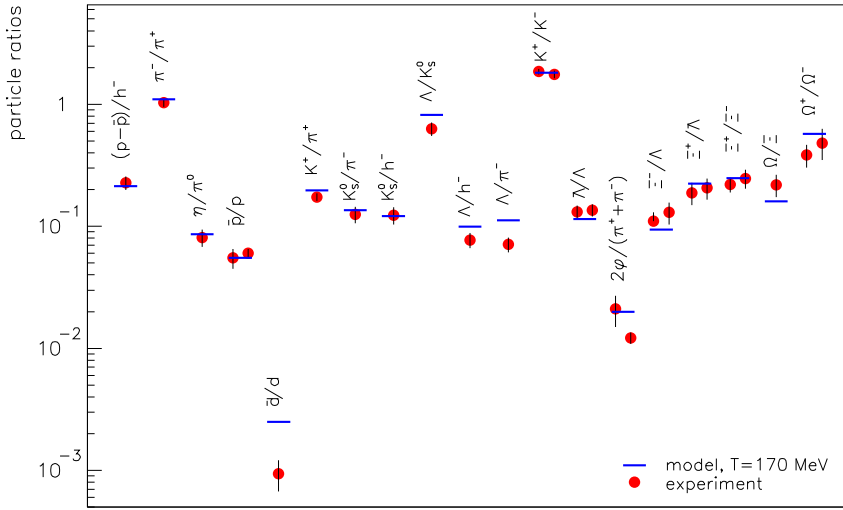


图 5.2: 对于158 GeV/nucleon的Pb-Pb的实验数据和巨正则系综统计模型的预言的比较。统计模型所用的参数是 $T = 170$ MeV and $\mu_B = 255$ MeV。

变的影响。这种衰变有时候会发生级联，我们也考虑了这种级联的共振态衰变的影响。

下面我们要讨论的是统计模型的预言和实验结果的比较，实验结果来自SPS上40 和158 GeV/nucleon的Pb-Pb 中心对撞SPS 和RHIC上 $\sqrt{s_{nn}} = 130$ 和200 GeV的Au-Au中心对撞。在这个讨论中一个很重要的话题是数据来自中心快度区或者整个相空间。我们知道对于低能的重离子碰撞，应该使用整个 4π 相空间里的数据，然而，对于高能的情况下就不太适合，因为这时的碰撞明显分为碎裂区和中心区两部分。在这种情况下，我们要在中心快度区确立平移不变性然后选择这个区域内的一个快度区域。对于RHIC，我们采用的是中心快度区 $\Delta y = 1$ 的区域。在这个区域中，anti-proton/proton 产额比保持常数，一旦离开这个中心快度区域，anti-proton/proton的值就会迅速下降，对于其他粒子的产额比，我们可以看到相似的情况[155]。另外，我们在中心快度区还看到了平移不变性，实验数据展示了中心快度区有一个不随快度变化的平台[156]。在([157])的讨论中指出，这样的中心快度平台可以将流体力学的流对于粒子产额比的影响消除掉。在SPS的能量区间，平移不变的中心快度平台并没有完全形成，然而此时的核阻塞已经是不完全的了。质子反质子的在中心快度区产额比与快度有关([158])，但是这种依赖关系没有在碎裂区的对快度的依赖关系那

么明显。在这种环境下，我们取在中心快度 ± 1 范围内的粒子作为中心快度区。这与以前的分析([20])有所不同，([20])采用中心快度区和全部相空间两种不同的处理方法。在下面可以看到，我们拟合得到的在158 A GeV的温度 T 和强子化学势 μ_B 的值很接近以前的分析，判断最佳拟合的条件是下式的最小值：

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(\mathcal{R}_i^{\text{exp.}} - \mathcal{R}_i^{\text{model}})^2}{\sigma_i^2}. \quad (5.8)$$

上式中 $\mathcal{R}_i^{\text{model}}$ 和 $\mathcal{R}_i^{\text{exp.}}$ 是的第 i 种粒子产额比的理论计算值和实验测量值。 σ_i 表示在发表的文献的实验点上找到的误差。关于如何筛选数据，修正数据和通过弱相互作用的衰变道的重建效率的详细讨论参见([151])。所有的实验数据都可以用统计模型拟合出来，统计模型的自由参数只有温度 T 和重子化学势 μ_B 。这里并不需要引入其他的自由参数。

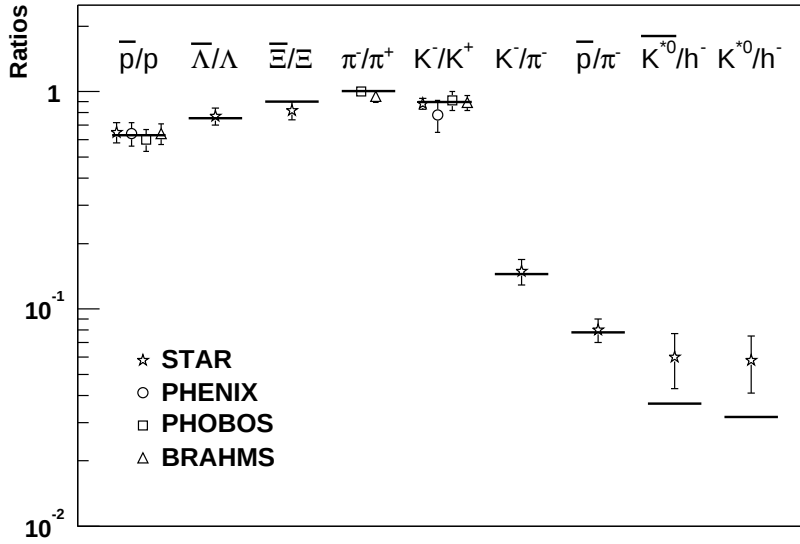


图 5.3: 对于 $\sqrt{s_{nn}} = 130$ GeV的Pb-Pb的实验数据和巨正则系综统计模型的预言的比较。统计模型所用的参数是 $T = 174$ MeV and $\mu_B = 46$ MeV。

巨正则系综统计模型拟合Pb-Pb的40 and 158 GeV per nucleon中心对撞的结果如图(5.1,5.2)。在40 GeV/nucleon的实验数据中，有11种粒子产额比的实验数值用来拟合，而对于158 GeV/nucleon的实验，用到的粒子产额比有24种。我们得到的模型参数(T, μ_B)，对于40 GeV/nucleon是 $(148 \pm 5, 400 \pm 10)$ ，对于158 GeV/nucleon是 $(170 \pm 5, 255 \pm 10)$ ，从图上可以看书，模型拟合的非常好。有一

个以外值得注意，在SPS最高能量的 $\phi/(\pi^+ + \pi^-)$ 产额比与模型预言值有较大偏离，然而这个数据在NA49 和NA50上的结果也不一致。关于这个问题的讨论参见([20])，目前这个问题还没有新的进展。注意， $\phi/(\pi^+ + \pi^-)$ 产额比并没有用在 χ^2 求最小值的过程中。对于SPS上158 GeV/nucleon的拟合， χ^2 值比较大， μ_B 还有一定的不确定度，这是由于实验系统误差所致。上面的结果包含了对于奇异强子的弱衰变的贡献的处理。然而，对于奇异强子通过弱衰变衰变成带电pions或者带电强子的贡献，目前实验上能够给出的定量的数据非常有限。例如，在计算 Λ/h^- 产额比的时候，如果考虑了来自 Ξ 衰变产生的 Λ 的贡献，并将他从 Λ 的产额中减掉。但是探测器探测来自弱衰变的 π^- 的效率只有50 %，相对于不考虑弱衰变影响的结果，粒子产额比能够下降15-20 %。如果考虑奇异粒子的弱衰变，对于158 GeV的拟合的 χ^2 的值从2.0 减小到1.5。以上讨论表明，仍然有一些系统误差没有包含到分析中。

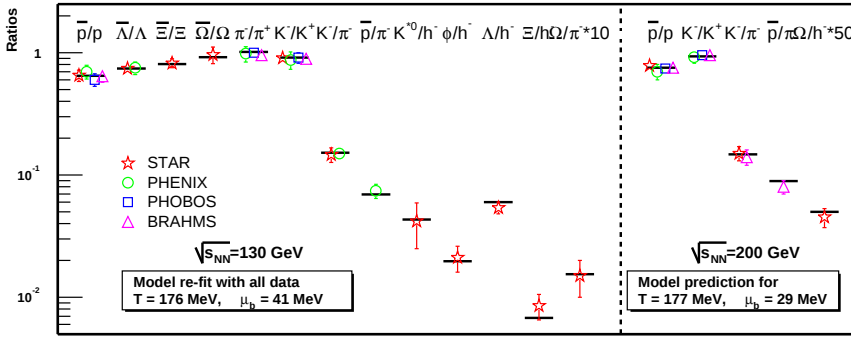


图 5.4: RHIC上 $\sqrt{s_{NN}} = 130$ 和200 GeV的粒子产额比的实验数据和巨正则系综的统计模型的计算值的比较。所用的统计模型来自([94, 159])。

图(5.3, 5.4)显示了RHIC上的结果。在图(5.3)上我们展示了发表在([94])上的结果。那个时候还没有 $\sqrt{s_{nn}} = 200$ GeV的结果。后来的 $\sqrt{s_{nn}} = 130$ GeV的实验巩固了以前的结果。图(5.3)定量的表明对于RHIC上Au-Au碰撞的中心快速度区的粒子达到了高度的热平衡。我们的到的巨正则系综统计模型的参数如下：对于 $\sqrt{s_{nn}} = 130$ (T, μ_B) 是($174 \pm 7, 46 \pm 5$)， χ^2 是0.8。对于 $\sqrt{s_{nn}} = 200$ (T, μ_B) 是($177 \pm 7, 29 \pm 6$)， χ^2 是1.1。我们注意到含有多个奇异夸克的粒子的产额比也拟合的非常好， ϕ/h^- 也与模型的预言一致。甚至一些较宽的共振态，例如 K^* ，也很好的被模型拟合了。这个结果排除了quark coalescence模型([161])的和non-equilibrium模型([162])在RHIC情况下的必要性。

要指出的是我们这里用到的统计模型也可以用来拟合AGS的数据，拟合的结果是对于 $R_{\text{baryon}}=R_{\text{meson}}=0.3 \text{ fm}$ ， $T = 125 (+3-6) \text{ MeV}$ ， $\mu_B = 540 \pm 7 \text{ MeV}$ 。与([19])的计算相一致。

综上所述，从AGS到RHIC的能量范围内，重离子对撞产生的对心碰撞的中心快度区强子多重数可以用巨正则系综的统计模型描述。并不需要引入描写不平衡程度的额外的参数。

5.2 喷柱的反冲极其统计模型预言

5.2.1 喷柱的反冲加热简介

在相对论重离子碰撞中，生成了一种热密物质，普遍称为夸克胶子等离子体。这种热密物质随之扩张、冷却，最终冻结为最终状态的粒子。在这个过程中，由大动量转移 Q^2 生成的某些“硬”（hard）粒子，穿越过热密物质并失去部分能量。这种现象称为喷柱淬火（jet quenching），它使人们相信有能量损失过程，这在参考文献[163, 164, 15, 165, 166]中都有论及。研究能量沉积（energy deposit）是如何影响到与喷柱有关区域的末态粒子产生是非常有意义的。实验结果显示能量沉积影响了末态粒子分布的形状，看起来类似一个马赫锥形（Mach cone）[167]。这是高动量粒子损失能量的现象之一。

这种能量损失还应引起另一种现象。由于高动量粒子把能量传给（deposit）了其周围的热密物质这个媒介。接受了高动量粒子在冷却过程中释放的能量的区域比没有遇到高动量粒子的其他区域温度要高。图5.6概念性地描绘了这种推想。

两个高动量的部分子从一个源点出发向相反的方向运动，我们可以从右边发现喷柱F（Jet F），它的方向和最初的部分子的方向大体一致。黑点部分及后面的区域由于受到硬部分子（hard parton）的二次加热（reheating）应该比其他区域的温度要高。这里说明一下，我们使用“二次加热”（reheating）这个术语，原因在于第一次加热发生在最初的碰撞时。这种二次加热（reheating）的效应可以通过测量末态粒子反映出来。具体说来，由于这个区域的温度要高于其他区域，来自这个区域的不同粒子的产额比会因较高的温度而有所改变。

5.2.2 统计模型和它的基本公式

这里将通过统计模型（又叫thermal model）计算二次加热区域中主要粒子

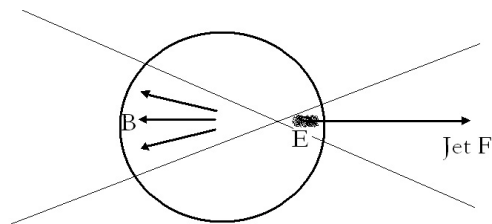


图 5.5: 重离子碰撞产生的火球中的喷柱

的产额比，统计模型在很大能量范围内描述相对论重离子碰撞中产生的强子多重数（hadron multiplicities）和末态粒子动量谱非常成功[15, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14]。

这里根据如下问题展开：什么是统计模型，为什么可以用统计模型分析这个二次加热区域，用统计模型分析出的粒子产额比结果是什么，与没有被二次加热区域对比情况怎样，怎样从实验中提取数据，最后是结论。下面我们会看到，这里用到的分析方法将会很大程度上抵消系统误差，对比这里的计算结果与将来的实验结果可以更好的相对论重离子碰撞中产生的热密物质变成末态粒子时的的状态。

在解释高能物理中的数据时，有三种统计模型，即巨正则系综（grand-canonical ensemble）统计模型、奇异正则系综（strangeness-canonical ensemble）统计模型和正则系综（canonical ensemble）统计模型。巨正则系综统计模型要求系统的量子数的平均值守恒，可用于描述与大的粒子源（source）相接触的系统，这种系统的热参数相对固定，如温度、化学势（chemical potentials）等。奇异正则系综统计模型中的奇异数精确的守恒，这个模型常用于粒子数较少的系统中，在这样的系统中，奇异数的平均值守恒没有意义。最后，正则系综统计模型用于描述非常小型的系统，各种守恒量子数都是精确的守恒，如在正负电子碰撞中。在巨正则系综中，有三个参数来描述系统的特征，即温度、化学势及奇异数平衡因子，奇异数平衡因子在有些文章中也称为奇异性饱和因子。在核子-核子碰撞中产生的热密物质体积足够大，应选用巨正则系综来描述。被高动量部分子二次加热的区域是整个热密物质的一部分。因此我们也选用巨正则系综来描述二次加热的区域。

有两种相互竞争的作用控制着热密物质中二次加热区域和其他区域的不同。由于被二次加热的区域与整个热密物质是紧密接触的，二次加热的区域与整个热密物质就有一个走向平衡的趋势。而另一方面，热密物质的扩张减缓了

二次加热区域与其他区域间达到平衡的速度。在巨正则系综中，这种竞争的结果是，二次加热的区域的温度和奇异数平衡因子将与热密物质其他区域的不同。

这里，由于高动量部分子在二次加热区域沉积（deposit）了能量，我们会凭直觉感到并预计被二次加热的区域要比其他区域的温度高。另一方面，由R. Hagedorn引进的有限强子温度（limiting hadronic temperature）[168] 这里的二次加热正好是对有限强子温度的一个检验。有限强子温度是指热密物质在达到温度极限以后温度不会再升高。也就是说在热密物质达到极限温度后，二次加热区域与其他区域的温度是相等的。由于这里对比的是同一个实验的数据，系统误差会被消去，有限强子温度的理论能够得到更好的检验。平衡因子（factors）描述某些重夸克的平衡程度，如用 γ_S 描述 S 夸克的平衡程度。根据参考文献[68]中的解释，如果系统中所有夸克到完全达到平衡状态，所有的平衡因子都应该是相等的。二次加热区域的状态和初始碰撞后得到的状态相比就会有所偏离，并与完全平衡的状态相差甚远。因此二次加热区域的平衡因子就会比热密物质的其他部分的平衡因子要低。

二次加热区域的较高的温度及较低的平衡因子均由入射的高动量部分子对此部分的冲击加热所致。热密物质的冷却与扩张推迟了二次加热区域与其他区域间的平衡，并保留了一些加热的信息，这些加热的信息最终将被热密物质中的二次加热区域与其他区域间在最终状态粒子方面的不同反映出来。

现在我们来简要介绍一下巨正则系综模型中的公式。在巨正则系综中，重子（baryon）化学势、奇异化学势及电荷化学势分别为 μ_B , μ_S and μ_Q 。它们对应的逸度有公式 $\lambda = e^{\mu/T}$ 来计算其中 T 表示系统的温度。在温度为 T 时，从热密物质中发射出的强子（hadron species） i ，它的重子数目 B_i 、奇异性数目 S_i 、电荷数目 Q_i 、自旋同位旋简并度 g_i 及质量 m_i 与粒子密度之间的关系为[169]。

$$n_i(T, \mu_B, \mu_S, \mu_Q, \gamma_S) = g_i \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left[\gamma_S^{-|S_i|} e^{\sqrt{m_i^2 + p^2}/T} \lambda_B^{-B_i} \lambda_S^{-S_i} \lambda_Q^{-Q_i} \pm 1 \right]^{-1}, \quad (5.9)$$

公式中 γ_S 可以描述奇异夸克中可能存在的不完全平衡状态。 $\gamma_S = 1$ 意思是奇异性完全平衡，与我们之前提到的一样，随着 γ_S 的减小，偏离平衡的程度增大。公式中的正号指费米子，而负号可用于玻色子。由于奇异性不是完全平衡的，甚至在初始碰撞中也不是完全平衡的，所以 γ_S 对奇异性的平衡程度非常敏

感。从二次加热区域的实验数据中提取出这个参数就可更好地理解奇异性的平衡程度。

5.2.3 影响二次加热的因素与测量二次加热的方法

有四种因素使二次加热现象不易测量。第一个因素是二次加热区域与热密物质的其他区域混在一起，我们难以区分出哪些粒子是出自于二次加热的区域。第二个因素是引起二次加热现象的硬过程（hard process）可能在热密物质的任何区域发生。难以确定硬部分子（hard parton）要用多长时间到达热密物质的表面。第三个因素是硬化过程发生时的能量不同。虽然PQCD算法可算出不同能量下硬化过程发生的概率，在实验中却难以测量。第四个因素是实验中测量到的触发粒子的动量不同，即使都是来自于同一能量下的硬过程。所有这些因素都使得二次加热现象非常难以测量，但我们可以用以下的方法在实验中找到一些信号：和测量喷柱淬火（jet quenching）一样，首先找出一种高动量的粒子作为触发粒子，然后测量与触发粒子相对的某个角度范围内的射出的不同粒子产额比，这个粒子产额比可以是near-side，也可以是away-side。由于在away-side中的能量损失更大，away-side的粒子产额比会显示二次加热的效应更强。我们可以对away-side的粒子产额比与near-side或global粒子产额比做对比研究二次加热的效应。

用这种方法不易得出定量的结论，但我们可从中看出粒子产额比的定性变化。下一部分中我们将用统计模型进行一些计算，并预测一些粒子产额比的变化趋势。

5.2.4 与整个相空间数据的比较

根据统计模型理论，重离子碰撞中产生的热密物质中的二次加热区域与其他区域间主要有两个不同点。一是二次加热区域的温度要更高，二是二次加热区域中的奇异性的平衡程度比其他区域要低。如前所述，这是由于触发粒子的硬部分子撞击了二次加热区域，二次加热区域在扩张过程中趋向于达到平衡状态，这种撞击阻碍了这个区域达到平衡状态。最终从二次加热区域中射出的最终状态粒子将反映出这种状态的改变。在统计模型中，可用两种参数来描述上述的性质，即温度 T 和奇异性奇异数平衡因子 γ_S 。随着温度的升高和系统偏离平衡状态的程度增大， T 将变大而 γ_S 将减小。我们使用THERMUS工具包来预计在相对论重离子碰撞中，当热参数改变时，粒子产额比的变化趋势。最初的热参

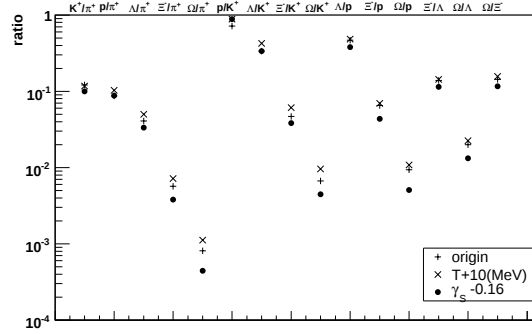


图 5.6: 统计模型得出的粒子产额比。 $\times$ 表示的粒子产额比对应温度增加10MeV。实线圈显示了 γ_S 分别为0.70时和0.86时的对比

数来源于相对论重离子碰撞数据中的拟合[169]。研究结果在图??中列出[170]。

加号“+”表示粒子产额比得自于[170]中的热参数。乘号“ $\times$ ”表示粒子产额比得自于10 MeV更高的温度。实线圈显示了[170]中 γ_S 分别为0.70时和0.86时的对比。

我们可以很容易地看出当温度 T 升高或 γ_S 减小时， p^+/π^+ 和 p^+/K^+ 的值将增大而 K^+/π^+ 会减小。随着温度升高，由于不受 γ_S 影响， Λ/K^+ 也将增大。其他比率随着 T 升高或 γ_S 减小呈现了不同的变化趋势。由于目前不易判断哪种效应会支配粒子产额比的变化趋势，因此目前还不清楚粒子产额比的最终趋势。但是，将来实验中得出的粒子产额比数据将可以判断出谁是主要的影响因素，是温度的升高还是 γ_S 的减小。目前根据统计模型我们可以清楚地预计二次加热区域的 p^+/π^+ ， p^+/K^+ 和 Λ/K^+ 的比率会比热密物质其他区域的这些粒子产额比要大，而 K^+/π^+ 则要小。用负电荷替代正电荷做计算时得到的结果是相同的。

STAR的上相对论重离子碰撞实验中在测量喷柱near-side和away-side的粒子产额比上得出了一些初步结果。结果显示 p^-/π^- 的比率在away-side的值要远远大于near-side的值，这和我们的预期是一致的。为了确认喷柱二次加热效应，需要进行与喷柱有关的粒子产额比的系统测量。

5.2.5 小结

这里的这种二次加热现象是喷柱能量损失的一种效应。比较明显的结论是二次加热区域的温度要更高，奇异性偏离平衡状态的程度要更大。由于实验及理论中均存在很多不确定因素，还不易对这种二次加热线现象做出定量预计，

但在统计模型的辅助下是可以做出定性预计的。对一般粒子的预计显示二次加热区域的 p^+/π^+ , p^+/K^+ and Λ/K^+ 的比率会比热密物质其他区域的同种粒子产额比要大, 而 K^+/π^+ 的比率则要小。实验中涉及的其他比率随着 T 升高或 γ_S 减小呈现了不同的变化趋势, 这里的期望值与 p^-/π^- 在初步实验中得出的结果是一致的。对于我们是否可以按这里得出的结果来理解二次加热现象这个问题, 未来更加系统的实验结果将给出更加明确的回答。

第六章 总结与展望

重离子物理的统计模型主要包括正则系综和巨正则系综两种类型。统计模型能够很好的拟合从SIS到RHIC整个能量范围的实验数据。包括粒子产额随对心度、对撞能量的变化，粒子产额比随对心度、对撞能量的变化。但是 η/π^0 在低能情况下与模型预言有较大偏离。对奇异不饱和因子 γ_s 的理解还需要进一步研究。

我们讨论了由于高能物理实验和它的数据分析方法导致的自动平衡。基于这种自动平衡，我们发展了有温度变化的统计模型。在这个模型里，对撞产生体系在整个存在过程中都向外辐射粒子。温度变化的统计模型给出了对于粒子动量谱的一种新的理解方法。温度变化的统计模型保留了以前的统计模型的关于粒子产额比和低横动量的粒子动量谱的主要结果，它能拟合到10GeV的 π^0 的横动量谱。但是由于自动热平衡的原因，我们不能通过粒子动量谱的实验曲线和温度变化的统计模型的计算结果的一致性来判断对撞产生体系达到了热平衡。这种理解的合理性需要通过拟合更多的粒子谱来进一步证实。

讨论了喷柱反冲对重离子对撞源的局部加热效应。由于实验及理论中均存在很多不确定因素，还不易对这种加热现象做出定量预计，但在统计模型的辅助下可以做出定性的估计。统计模型估计的结果显示二次加热区域的 p^+/π^+ ， p^+/K^+ 和 Λ/K^+ 的产额比会比热密物质其他区域的相应的粒子产额比要大，而 K^+/π^+ 的比率则要小。实验上测量的 p^-/π^- 的初步结果与模型的预言是一致的。我们需要更多的实验数据来确定被加热区域的热力学参数。

参考文献

- [1] R. Hagedorn: Suppl. Nuovo Cimento 3 (1965) 147
- [2] T. Sjostrand, Comput. Phys. Commun. **27**, 243 (1982).
- [3] G. Marchesini and B. R. Webber, Nucl. Phys. B **238**, 1 (1984).
- [4] P. V. Chliapnikov and V. A. Uvarov, Phys. Lett. B **345**, 313 (1995).
- [5] F. Becattini, Z. Phys. C **69**, 485 (1996).
- [6] W. Florkowski, W. Broniowski and M. Michalec, Acta Phys. Polon. B **33**, 761 (2002) [arXiv:nucl-th/0106009].
- [7] For a general review see e.g. K. Redlich, J. Cleymans, H. Oeschler and A. Tounsi, Acta Physica Polonica B33 (2002) 1609.
- [8] F. Becattini, J. Cleymans, A. Keränen, E. Suhonen, K. Redlich, Phys. Rev. C 64 (2001) 024901.
- [9] P. Braun-Munzinger, I. Heppe, J. Stachel, Phys. Lett. B 465 (1999) 15.
- [10] P. Braun-Munzinger et al., Phys. Lett. B 344 (1995) 43, ibid. B 365 (1996) 1, ibid. B 465 (1999) 15, ibid. B 518 (2001) 415.
- [11] J. Cleymans, K. Redlich, Phys. Rev. Lett. 81 (1998) 5284;
J. Sollfrank, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 23 (1997) 1903.
- [12] W. Broniowski and W. Florkowski, Phys. Rev. C 65 (2002) 064905;
W. Florkowski, W. Broniowski and M. Michalec, Acta Physica Polonica B33 (2002) 761.

- [13] N. Xu and M. Kaneta, Nucl. Phys. A 698 (2002) 306c.
- [14] M. Kaneta (for the NA44 Collaboration), J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 23 (1997) 1865;
M. Kaneta and N. Xu, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 27 (2001) 589.
- [15] W. Broniowski and W. Florkowski, Phys. Rev. Lett. **87**, 272302 (2001) [arXiv:nucl-th/0106050].
- [16] A. Baran, W. Broniowski and W. Florkowski, Acta Phys. Polon. B **35**, 779 (2004) [arXiv:nucl-th/0305075].
- [17] Particle Properties
- [18] For a review see eg. H. Satz, Rep. Prog. Phys. 63 (2000) 1511; S.A. Bass, M. Gyulassy, H. Stöcker, and W. Greiner, J. Phys. G25 R1 (1999). E.V. Shuryak, Phys. Rep. 115 (1984) 151; M.G. Alford, hep-ph/0209287, H. Satz, hep-ph/0209181.
- [19] P. Braun-Munzinger, J. Stachel, J.P. Wessels and N. Xu, Phys. Lett. B344 (1995) 43 and B365 (1996) 1.
- [20] P. Braun-Munzinger, I. Heppe and J. Stachel, Phys. Lett. B465 (1999) 15.
- [21] J. Rafelski and J. Letessier, nucl-th/0209080.
- [22] J. Cleymans and H. Satz, Z. Phys. C57 (1993) 135.
- [23] H.-Th. Elze, M. Gyulassy, and D. Vasak, Nucl. Phys. B276 (1986) 706.
- [24] F. Karsch, K. Redlich, and A. Tawfik, hep-ph/0303108.
- [25] P. Braun-Munzinger, J. Stachel, and C. Wetterich, *in preparation*.
- [26] J. Cleymans, R.V. Gavai and E. Suhonen, Phys. Rep. 130 (1986) 217.
- [27] E. Suhonen and S. Sohlo, J. Phys. G13 (1987) 1487; D. H. Rischke, M. I. Gorenstein, H. Stöcker and W. Greiner, Z. Phys. C51 (1991) 485.
- [28] J.P. Blaizot, and E. Iancu, Nucl. Phys. B 570 (2000) 326.

- [29] P. Braun-Munzinger, and J. Stachel, Nucl. Phys. A606 (1996) 320; Nucl. Phys. A683 (1998) 3; J. Stachel, Nucl. Phys. A654 (1999) 119c.
- [30] J. Cleymans and K. Redlich, Phys. Rev. C60 (1999) 054908; J. Cleymans, H. Oeschler and K. Redlich, Phys. Rev. C59 (1999) 1663; Phys. Lett. B485 (2001) 27.
- [31] V. Metag, Nucl. Phys. A690 (2001) 140.
- [32] W. Weinhold, B.L. Friman and W. Nörenberg, Acta. Phys. Polon. B27 (1996) 3249; Phys. Lett. B433 (1998) 236; M. Hermann, B.L. Friman and W. Weinhold, Nucl. Phys. A545 (1992) 2676.
- [33] G. Boyd, et al., Nucl. Phys. Proc. Suppl. 42 (1995) 469; Phys. Lett. B349 (1995) 170; E. Laermann, et al., Nucl. Phys. Proc. Suppl. 34 (1994) 292.
- [34] J. Cleymans, and K. Redlich, Phys. Rev. Lett. 81 (1998) 5284.
- [35] P. Braun-Munzinger and J. Stachel, Phys. Lett. B490 (2000)196 ; Nucl. Phys. A690 (2001) 119c.
- [36] P. Braun-Munzinger and J. Stachel, Nucl. Phys. A690 (2001) 119c.
- [37] K. Redlich and L. Turko, Z. Phys. C **5**, 201 (1980).
- [38] L. Turko, Phys. Lett. B **104**, 153 (1981).
- [39] R. Hagedorn and K. Redlich, Z. Phys. C **27**, 541 (1985).
- [40] J. Cleymans, K. Redlich and E. Suhonen, Z. Phys. C **51**, 137 (1991).
- [41] J. Cleymans, D. Elliott, H. Satz, and R. L. Thews, Z. Phys. **74**, 319 (1997).
- [42] G.E. Brown and M. Rho, Phys. Rep. 363 (2002) 85.
- [43] T. Hatsuda, Nucl. Phys. A698 (2002) 243; K. Yokokawa, et al., Phys. Rev. C66 (2002) 022201; D. Jido, et al., Phys. Rev. D63 (2001) 011901.
- [44] D. Zschesche et al., Nucl. Phys. A681 (2001) 34.
- [45] R. Rapp and J. Wambach, Adv. Nucl. Phys. 25 (2000) 1.

- [46] J. Cleymans, K. Redlich and E. Suhonen, Z. Phys. C58 (1993) 347.
- [47] R. Stock, Phys. Lett. B456 (1999) 277.
- [48] P. Braun-Munzinger, J. Cleymans, H. Oeschler and K. Redlich, Nucl. Phys. A697 (2002) 902.
- [49] J. S. Hamieh, K. Redlich and A. Tounsi, Phys. Lett. B486 (2000) 61; J. Phys. G27 (2001) 413.
- [50] D. Teaney, J. Lauret, and E. Shuryak, Phys. Rev. Lett. 86 (2001) 4783.
- [51] F. Becattini and U. W. Heinz, Z. Phys. C **76**, 269 (1997) [Erratum-ibid. C **76**, 578 (1997)] [arXiv:hep-ph/9702274].
- [52] F. Becattini: Z. Phys. C 69 (1996) 485
- [53] F. Becattini: Ph.D. thesis, University of Florence, February 1996 (in italian)
- [54] R. Hagedorn, in: Hot Hadronic Matter: Theory and Experiment, (J. Letessier *et al.*, eds.), p. 13 (NATO ASI Series, Vol. B346, Plenum, New York, 1995)
- [55] F. Becattini: Firenze Preprint DFF 262/12/1996, to be published in the proceedings of the XXVI International Symposium on Multiparticle Dynamics, September 1-5 1996, Faro (Portugal)
- [56] For a covariant treatment of thermodynamics see for instance: B. Touschek: Nuovo Cimento B 63 (1968) 295
- [57] K. Redlich, L. Turko: Z. Phys. C 5 (1982) 200
- [58] L. Turko: Phys. Lett. B 104 (1981) 153
- [59] J. Rafelski: Phys. Lett. B 262 (1991) 333
J. Letessier, A. Tounsi, J. Rafelski: Phys. Lett. B 292 (1992) 417
For a formal derivation see: C. Slotta, J. Sollfrank, U. Heinz, in: Strangeness in Hadronic Matter, (J. Rafelski, ed.), American Institute of Physics Conference Proceedings 340 (1995) 462

- [60] For a review, see: M. Basile et al.: Nuovo Cimento A 66, N. 2 (1981) 129
- [61] J. Sollfrank, P. Koch, and U. Heinz, Phys. Lett. **252**, 256 (1990).
- [62] W. Weinhold, *Zur Thermodynamik des πN -Systems*, Diplomarbeit, GSI, Sept. 1995.
- [63] R. Baier, A.H. Mueller, D. Schiff, and D.T. Son, Phys. Lett. B 502 (2001) 51; Nucl. Phys. A698 (2002) 217.
- [64] A. Wagner et al., KaoS Coll., Phys. Lett. B420 (1998) 20, C. Müntz et al., KaoS Coll., Z. Phys. C357 39.
- [65] R. Barth et al., KaoS Coll., Phys. Rev. Lett. 78 (1997) 4007; F. Laue et al., KaoS Coll., Phys. Rev. Lett. 82 (1999) 1640.
- [66] C. Müntz et al., KaoS Coll., Z. Phys. C357 1997 399; J. Phys. G28 (2002) 1895; Euro. Phys. J. A9 (2000) 397.
- [67] B. Hong et al., FOPI Coll., Phys. Rev. C57 1998 244.
- [68] P. Braun-Munzinger, K. Redlich and J. Stachel, arXiv:nucl-th/0304013.
- [69] M. Bleicher et al., J. Phys. G25 (1999) 1859; S. A. Bass et al., Prog. Part. Nucl. Phys. 41 (1998) 225.
- [70] C. Greiner, hep-th/0209021; J. Phys. G28 (2002) 1631.
- [71] C. Hartnack, H. Oeschler, J. Aichelin, Phys. Rev. Lett. (in print), nucl-th/0109016.
- [72] S. Pal, C.M. Ko, and Z. Lin, Phys. Rev. C64 (2001) 042201.
- [73] G.E. Brown, M. Rho, and Ch. Song, Nucl. Phys. A698 (2002) 483; Nucl. Phys. A690 (2001) 184.
- [74] M. Gazdzicki, and D. Roehrich, Z. Phys. C66 (1995) 77.
- [75] By Na49 Coll., nucl-ex/0205002.
- [76] The 4π results at RHIC are obtained from Ref. ([?]) and Ref. ([125]) using the extrapolation procedure described in Ref. ([75]).

- [77] F. Becattini, J. Cleymans, A. Keranen, E. Suhonen and K. Redlich, Phys. Rev. C64 (2001) 024901.
- [78] Ch. Blume et al., NA49 Coll., Nucl. Phys. A698 (2002) 104.
- [79] Q. Wang, K. Redlich, H. Stöcker, and W. Greiner, Phys. Rev. Lett. 88 (2002) 132303; Nucl. Phys. A714 (2003) 293; J. Phys. G28 (2002) 2115.
- [80] By STAR Coll., J. Phys. G28 (2002) 1535; Nucl. Phys. A698 (2002) 64.
- [81] J.C. Dunlop, et al., Phys. Rev. C61 (2000) 031901.
- [82] F. Becattini, Z. Phys. C69 (1996) 485; F. Becattini and U. Heinz, Z. Phys. C76 (1997) 269.
- [83] W. Cassing, Nucl. Phys. A661 (1999) 468c.
- [84] F. Wang, H. Liu, H. Sorge, N. Xu and J. Yang, Phys. Rev. C61 (2000) 064904.
- [85] H. Weber, E.L. Bratkovskaya and H. Stöcker, nucl-th/0205030.
- [86] K. Redlich, Nucl. Phys. A698 (2002) 94.
- [87] M. Gazdzicki and M.I. Gorenstein, Acta. Phys. Polon. B30 (2000) 965; M. Gazdzicki and M. Gorenstein, Phys. Lett. B483 (2000) 60.
- [88] S. E. Eiseman et al., E810 Coll., Phys. Lett. B297 (1992) 44 and B325 (1994) 322.
- [89] T. Abbott et al., E802 Coll., Phys. Rev. C60 (1999) 044904; Y. Akiba et al., E802 Coll., Nucl. Phys. A590 (1995) 179c.
- [90] H. Oeschler, et al., *in preparation*.
- [91] F. Laue, C. Sturm et al., Phys. Rev. Lett. 82 (1999) 1640.
- [92] L. Ahle et al., E-802 Coll., Phys. Rev. C58 (1998) 3523;
- [93] R. Kotte, FOPI Coll., Proceedings of Hirschegg XXVIII International Conference, Hadrons in Dense Matter (2000).

- [94] P. Braun-Munzinger, D. Magestro, K. Redlich, and J. Stachel, Phys. Lett. B518 (2001) 41 and references therein.
- [95] By NA49 Coll., Phys. Lett. B491 (2000) 59; H. Białkowska., and W. Retyk, J. Phys. G27 (2001) 397.
- [96] M.C. Abbreu et al., NA50 Coll., Nucl. Phys. A661 (1999) 534c.
- [97] S. Pal, C.M. Ko, and Z. Lin, Nucl. Phys. A707 (2002) 525.
- [98] N. Herrmann, FOPI Coll., Nucl. Phys. A610 (1996) 49.
- [99] B. Holzman, E917 Coll., Nucl. Phys. A698 (2002) 643.
- [100] By STAR Coll., Phys. Rev. C65 (2002) 041901; nucl-ex/0206008.
- [101] N. Xu and K. Redlich, *in preparation*.
- [102] J. Cleymans, B. Kämpfer, and S. Wheaton, QM2002 contribution, Nucl. Phys. A (in print), hep-ph/0208247; Contributed to 30th International Workshop on Gross Properties of Nuclei and Nuclear Excitation: Hirschegg 2002: Ultrarelativistic Heavy Ion Collisions, Hirschegg, Germany, 13-19 Jan 2002. hep-ph/0202134; S. Yacoob and J. Cleymans, hep-ph/0208246.
- [103] J. Cleymans, J. Phys. G28 (2002) 1575.
- [104] J. Velkovska for the PHENIX Collaboration, nucl-ex/0105012; A. Bazilevsky for the PHENIX Collaboration, nucl-ex/0105017.
- [105] J. W. Harris for the STAR Collaboration, in [106].
- [106] Proceedings of the *Quark Matter 2001* conference, BNL, January 2001, Nucl. Phys. A (in print).
- [107] P. Braun-Munzinger, J. Stachel, J. P. Wessels, and N. Xu, Phys. Lett. B **344**, 43 (1995); Phys. Lett. B **365**, 1 (1996).
- [108] J. Cleymans, D. Elliott, H. Satz, and R. L. Thews, Z. Phys. C **74**, 319 (1997).
- [109] P. Braun-Munzinger, I. Heppe, and J. Stachel, Phys. Lett. B **465**, 15 (1999).

- [110] G. D. Yen and M. I. Gorenstein, Phys. Rev. C **59**, 2788 (1999).
- [111] F. Becattini, J. Cleymans, A. Keranen, E. Suhonen, and K. Redlich, Phys. Rev. C **64**, 024901 (2001).
- [112] M. Gaździcki, Nucl. Phys. A **681**, 153 (2001).
- [113] J. Rafelski, J. Letessier, and G. Torrieri, Phys. Rev. C **64**, 054907 (2001).
- [114] P. Braun-Munzinger, D. Magestro, K. Redlich, and J. Stachel, hep-ph/0105229.
- [115] W. Florkowski, W. Broniowski, and M. Michalec, nucl-th/0106009.
- [116] J. D. Bjorken, Phys. Rev. D **27**, 140 (1983).
- [117] G. Baym, B. Friman, J.-P. Blaizot, M. Soyeur, and W. Czyż, Nucl. Phys. A **407**, 541 (1983).
- [118] P. Milyutin and N. N. Nikolaev, Heavy Ion Phys **8**, 333 (1998); V. Fortov, P. Milyutin, and N. N. Nikolaev, JETP Lett. **68**, 191 (1998).
- [119] P. J. Siemens and J. Rasmussen, Phys. Rev. Lett. **42**, 880 (1979); P. J. Siemens and J. I. Kapusta, Phys. Rev. Lett. **43**, 1486 (1979).
- [120] E. Schnedermann, J. Sollfrank, and U. Heinz, Phys. Rev. C **48**, 2462 (1993).
- [121] T. Csörgő and B. Lörstad, Phys. Rev. C **54**, 1390 (1996).
- [122] D. H. Rischke and M. Gyulassy, Nucl. Phys. A **697**, 701 (1996); Nucl. Phys. A **608**, 479 (1996).
- [123] J. Sollfrank, P. Koch, and U. Heinz, Phys. Lett. B **252**, 256 (1990).
- [124] G. E. Brown, J. Stachel, and G. M. Welke, Phys. Lett. B **253**, 19 (1991).
- [125] B.B. Back, et al., PHOBOS Coll., Phys. Rev. Lett. **85**, (2000) 3100; Phys. Rev. Lett. **87**, (2001) 102303; Phys. Rev. Lett. **88**, (2002) 022302.
- [126] E. Schnedermann, J. Sollfrank, U. Heinz: Phys. Rev. C **48** (1993) 2462
- [127] J. Rafelski and J. Letessier, Phys. Rev. Lett. **85**, 4695 (2000).

- [128] G. Torrieri and J. Rafelski, New Jour. Phys. **3**, 12 (2001).
- [129] J. Alam, S. Sarkar, P. Roy, T. Hatsuda and B. Sinha, Annals Phys. **286**, 159 (2001) [arXiv:hep-ph/9909267].
- [130] D. K. Srivastava, Eur. Phys. J. C **10**, 487 (1999) [arXiv:nucl-th/0103023].
- [131] R. Rapp, Phys. Rev. C **63** (2001) 054907.
- [132] V. Ruuskanen, Acta. Phys. Polon. B **18** (1987) 551; R. Rapp, and E. Shuryak, Phys. Lett. B **473** 200013; I. Krasnikova, Ch. Gale, and D.K. Srivastava, Phys. Rev. C **65** (2002) 064903, hep-ph/0112139; Ch. Gale, Nucl. Phys. A **698** (2002) 143c, hep-ph/0104235.
- [133] R. Rapp and J. Wambach, Phys. Rev. C **55** (1998) 916; Nucl. Phys. A **638** (1998) 171c; Eur. Phys. J. A **6** (1999) 415.
- [134] K. Gallmeister, B. Kämpfer, and O.P. Pavlenko, Phys. Lett. B **473** (2000) 20.
- [135] F. Karsch, K. Redlich, and L. Turko, Z. Phys. C **60** (1993) 519.
- [136] K. Kajantie, J. Kapusta, L.D. McLerran, and A. Mekjian, Phys. Rev. D **34** (1986) 2746 .
- [137] U. Heinz, Nucl. Phys. A **685** (2001) 414 and A **661** (1999) 349.
- [138] U.A. Wiedemann and U. Heinz, Phys. Rep. **319** (1999) 145, and references therein.
- [139] B. Tomasik, U.A. Wiedemann and U. Heinz, Nucl. Phys. A **663** (2000) 753; R. Nix, Phys. Rev. C **58** (1998) 2303.
- [140] J. Rafelski, J. Letessier, and A. Tounsi, Acta Phys. Pol. **B27**, 1037 (1996).
- [141] P. Braun-Munzinger, J. Stachel, J.P. Wessels, and N. Xu, Phys. Lett. **B344** (1995) 43; Phys. Lett. **B365**, 1 (1996).
- [142] P. Braun-Munzinger, I. Heppe, and J. Stachel, Phys. Lett. **B465**, 15 (1999).
- [143] M. Gaździcki and M. Gorenstein, Acta Phys. Pol. **B30**, 2705 (1999).

- [144] G. D. Yen and M. I. Gorenstein, Phys. Rev. **C59**, 2788 (1999).
- [145] F. Becattini, J. Cleymans, A. Keranen, E. Suhonen, and K. Redlich, Phys. Rev. **C64**, 024901 (2001).
- [146] P. Braun-Munzinger, D. Magestro, K. Redlich, and J. Stachel, Phys. Lett. **B518**, 41 (2001).
- [147] W. Florkowski, W. Broniowski, and M. Michalec, Acta Phys. Pol. **B33**, 761 (2002).
- [148] A. Bialas, Nucl. Phys. **A715**, 95c (2003).
- [149] S. S. Adler *et al.* [PHENIX Collaboration], Phys. Rev. C **76**, 034904 (2007) [arXiv:nucl-ex/0611007].
- [150] D. H. Rischke, Nucl. Phys. A **698**, 153 (2002) [arXiv:nucl-th/0104071].
- [151] D. Magestro, P. Braun-Munzinger, and J. Stachel, *in preparation*.
- [152] I. Heppe, Diploma thesis, Heidelberg(1998).
- [153] G. Yen, M.I. Gorenstein, W. Greiner, S.N. Yang, Phys. Rev. C **56**, (1997) 2210.
- [154] see, e.g., A. Bohr and B. Mottelson, Nucl. Structure (Benjamin, New York 1969), Vol. 1, p. 266.
- [155] D. Ouerdane et al., BRAHMS Coll., QM2002 contribution, Nucl. Phys. A (in print), nucl-ex/0212001.
- [156] T. Ullrich, QM2002 contribution, nucl-ex/0211004, Nucl. Phys. A (in print).
- [157] J. Cleymans in 3rd International Conference on Physics and Astrophysics of Quark Gluon Plasma (ICPAQGP 97), Jaipur, India, 17-21 Mar 1997.
- [158] H. Appelshäuser et al., NA49 Coll., Phys.Rev.Lett. **82** (1999) 2471.
- [159] D. Magestro, J. Phys. G28 (2002) 1745.
- [160] T.S. Biro, hep-ph/0005067, hep-ph/0205049; T.S. Biro, Phys. Lett. **B487** (2000) 133.

- [161] T.S. Biro, P. Levai, J. Zimanyi, J.Phys. G28 (2002) 1561, hep-ph/0112137; J. Zimanyi, et al., in S.A. Bass, et al., Nucl. Phys. A661 (1999) 205c.
- [162] J. Rafelski, J. Letessier, Qm2002 contribution, nucl-th/0209084, Nucl. Phys. A(in print); J. Rafelski, et al., in S.A. Bass, et al., Nucl. Phys. A661 (1999) 205c.
- [163] J. Adams *et al.* [STAR Collaboration], Phys. Rev. Lett. **91**, 172302 (2003) [arXiv:nucl-ex/0305015].
- [164] C. Adler *et al.* [STAR Collaboration], Phys. Rev. Lett. **90**, 082302 (2003) [arXiv:nucl-ex/0210033].
- [165] S. S. Adler *et al.* [PHENIX Collaboration], Phys. Rev. Lett. **91**, 072301 (2003) [arXiv:nucl-ex/0304022].
- [166] S. S. Adler *et al.* [PHENIX Collaboration], Phys. Rev. C **69**, 034910 (2004) [arXiv:nucl-ex/0308006].
- [167] S. S. Adler *et al.* [PHENIX Collaboration], Phys. Rev. Lett. **97**, 052301 (2006) [arXiv:nucl-ex/0507004].
- [168] R. Hagedorn and J. Rafelski, Phys. Lett. B **97** (1980) 136.
- [169] S. Wheaton and J. Cleymans, arXiv:hep-ph/0407174.
- [170] J. Adams *et al.* [STAR Collaboration], Phys. Rev. Lett. **92**, 112301 (2004) [arXiv:nucl-ex/0310004].
- [171] <http://www.star.bnl.gov/central/publications/>
- [172] 张一飞
Measurement of charm production cross-section and leptons from its semileptonic decay at RHIC
- [173] B. Muller, arXiv:nucl-th/0404015.
- [174] K. J. Eskola, V. J. Kolhinen and R. Vogt, Nucl. Phys. A **696**, 729 (2001) [arXiv:hep-ph/0104124].

- [175] F. I. Shao, T. Yao and Q. b. Xie, Phys. Rev. C **75**, 034904 (2007) [arXiv:nucl-th/0611026].
- [176] R. J. Fries, B. Muller, C. Nonaka and S. A. Bass, Phys. Rev. Lett. **90**, 202303 (2003) [arXiv:nucl-th/0301087].
- [177] V. Greco, C. M. Ko and I. Vitev, Phys. Rev. C **71**, 041901 (2005) [arXiv:nucl-th/0412043].
- [178] R. J. Fries, B. Muller, C. Nonaka and S. A. Bass, Phys. Rev. C **68**, 044902 (2003) [arXiv:nucl-th/0306027].
- [179] S. Kretzer, Phys. Rev. D **62**, 054001 (2000) [arXiv:hep-ph/0003177].
- [180] R. C. Hwa and C. B. Yang, Phys. Rev. C **70**, 024904 (2004) [arXiv:hep-ph/0312271].
- [181] K. Adcox *et al.* [PHENIX Collaboration], Phys. Rev. Lett. **88**, 192303 (2002) [arXiv:nucl-ex/0202002].
- [182] K. Gallmeister, B. Kampfer and O. P. Pavlenko, Nucl. Phys. A **715**, 705 (2003) [arXiv:nucl-th/0208006].
- [183] M. Djordjevic, M. Gyulassy and S. Wicks, Phys. Rev. Lett. **94**, 112301 (2005) [arXiv:hep-ph/0410372].
- [184] Y. L. Dokshitzer and D. E. Kharzeev, Phys. Lett. B **519**, 199 (2001) [arXiv:hep-ph/0106202].
- [185] N. Armesto, A. Dainese, C. A. Salgado and U. A. Wiedemann, Phys. Rev. D **71**, 054027 (2005) [arXiv:hep-ph/0501225].
- [186] B. I. Abelev *et al.* [STAR Collaboration], arXiv:0705.2511 [nucl-ex].
- [187] S. Batsouli, S. Kelly, M. Gyulassy and J. L. Nagle, Phys. Lett. B **557**, 26 (2003) [arXiv:nucl-th/0212068].
- [188] S. S. Adler *et al.* [PHENIX Collaboration], Phys. Rev. Lett. **91**, 172301 (2003) [arXiv:nucl-ex/0305036].

- [189] E. J. Kim [BRAHMS Collaboration], Nucl. Phys. A **774**, 493 (2006) [arXiv:nucl-ex/0510007].
- [190] C. Adler *et al.* [STAR Collaboration], Phys. Rev. Lett. **87**, 182301 (2001) [arXiv:nucl-ex/0107003].
- [191] S. S. Adler *et al.* [PHENIX Collaboration], Phys. Rev. Lett. **91**, 182301 (2003) [arXiv:nucl-ex/0305013].

第七章 攻读博士学位期间发表的论文

1. X. Sun and Z. Yang, Mod. Phys. Lett. A **21**, 1075 (2006).
2. X. Sun, Phys. Lett. B **659**, 156 (2008).
3. Z. W. Yang, J. P. Cheng and X. M. Sun, Mod. Phys. Lett. A **22**, 131 (2007).

第八章 致谢

本论文是在我的导师张宗烨老师的悉心指导下完成的。最衷心地感谢我的导师张宗烨老师！从她那里我不仅仅学到知识，更重要的是学会了该如做人，该如何在科研方面做一些具体的事情。

感谢许怒老师对我在伯克力实验室学习期间的指导和关照。许怒老师工作严谨勤奋，待人宽厚仁义，我在他的指导下受益匪浅。

感谢李金老师对我学习上的指导和帮助，我从李金老师那里学到的探测器方面的知识和做事的严谨态度对我的学习生活有很大的帮助。

感谢高原宁老师，陈少敏老师，庄鹏飞老师对我在清华大学学习期间的帮助和指导。

感谢杨振伟副教授和傅菁华教授在学习上的帮助。

感谢Howard Wieman, Leo greiner, Chinh Q Vu , Michal Szelezniak , Thorsten Stezelberger , Andrew Rose, Howard Matis, Jim Thomas, 王新年, 徐庆华, 周伟, 周剑, 邓维天, 吕衍, 张一飞, 董昕, 施兴化, 施疏苏, 左嘉旭, 阮丽娟对我的工作和学习上的帮助。

感谢李萍女士对我工作和生活上的关心和帮助。

感谢邹冰松研究员、姜焕清研究员、沈彭年研究员、董宇兵研究员、赵强研究员、赵维勤研究员、余友文研究员、刘波研究员、马维兴研究员、杜东生研究员、黄涛研究员、马中骐研究员、郁宏研究员、张新民研究员、吕才典研究员、邢志忠研究员、常哲研究员、黄超光研究员、王建雄研究员、杨茂志教授、陈莹研究员、彭光雄副研究员、贾宇副研究员、黄梅副研究员、王玉敏老师、赵巧灵老师、王树英老师以及理论物理室的其他老师给予我学术上的指导和生活上的关心。

感谢研究生院的周邦融教授、章德海教授、丁亦兵教授、侯伯元教授，北京大学的赵光达院士、朱世琳教授、马伯强教授，理论所的戴元本院士、张肇西教授、马建平教授、李淼教授、蔡荣根教授，他们开设的课程和组织的讲座让我深受启发，和他们的讨论让我受益匪浅。

感谢这几年在高能所理论室一起学习和生活的魏方欣、陈殿勇、朱晋、李彦恒、郑映鸿、谢聚军、夏俊卿、张贺、李琳、顾晓艳、李竞武、李明哲、黄新兵、关成波、赵洪明、吴兴华、毛鸿、周明震、冯波、陈绍霞、魏永康、张鑫、温海豹、郭万磊、曾卓全、顾佩洪、段春贵、余先桥、黄飞、何军、宋歌良、龚斌、李虹、张丹、沈月龙、敬罕涛、李营、郭奉坤、温新健、刘健、王平、戚伟、陈童、梅健伟、赵公博、张晓菲、

袁宏宽、宗媛媛、李贵君、陈军肖、陈驰一、王伟、李刚、孙佳睿、周顺、邱涛涛、李昕、陈曰德、钟显辉、王玉明、晁伟、

李龙、平荣刚、梁伟红、卢宏超、周海清、张印杰、刘伯超、安春生、代建平、吴佳俊

等全体同学，和他们在一起的日子非常让我怀念。

最后要感谢我的父母，他们的支持和鼓励一直是我努力学习的动力。

.1 附录：RHIC 上的STAR 探测器

RHIC 对撞机

量子色动力学 (QCD—Quantum chromodynamics) 作为目前强相互作用的基本理论, 已被广泛接受。量子色动力学的格点计算预言强相互作用的基本粒子 (夸克, 胶子) 会在高温高密条件下解除禁闭, 成为自由粒子。为了研究解除禁闭后的物质 (夸克胶子等离子体 (QGP—quark gluon plasma)) 的性质, 人们建造了各式各样的原子核原子核对撞机, 把两个原子核加速到很高的能量后对撞。美国布鲁克海文国家实验室 (Brookhaven National Laboratory) 建造的RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) 对撞机就是其中之一。RHIC对撞机位于美国纽约长岛布鲁克海文国家实验室内西北角, 是一个由超导磁铁围成周长约3.8公里的圆环。RHIC对撞机能够把金原子核中的每个核子加速到 100GeV , 然后让两个金原子核对撞, 每对核子的质心系能量可以达到 200GeV 。RHIC对撞机从2000年开始运行。在RHIC环上, 有四个实验组, 分别是STAR、PHENIX、BRAHMS和PHOBOS。

STAR (Solenoidal Tracker at RHIC) 探测器是安装在RHIC环上的探测器之一。如图.2所示, STAR探测器形状象一个圆筒套在束流管上, 主要包括TPC (Time Projection Chamber)、FTPC (Forward Time Projection Chamber)、电磁量能器 (electromagnetic calorimeter)、TOF (Time of Flight)、SVT (Silicon Vertex Tracker)、SSD (Silicon Strip Detector) 和一系列trigger探测器。围绕在电磁量能器外的螺线管为探测器提供一个0.5特斯拉的均匀磁场。

.2 附录：STAR探测器升级：HFT

STAR探测器测量到了很多有趣的实验结果[171]。这些结果大部分都是关于轻夸克 (usd) 的。对于重离子对撞中重味粒子的性质, 目前测量的方法是通过电子的谱间接的推测出来[172]。直接测量重味粒子意义十分重大的物理原因如下:

.2.1 重味粒子的产生截面：部分子分布函数和碎裂机制

重味粒子因其质量较大, 与轻粒子不同, 理论上一般认为其质量不会被核核对撞产生的QCD介质影响[173]。因此有必要研究重粒子对撞中重味粒子

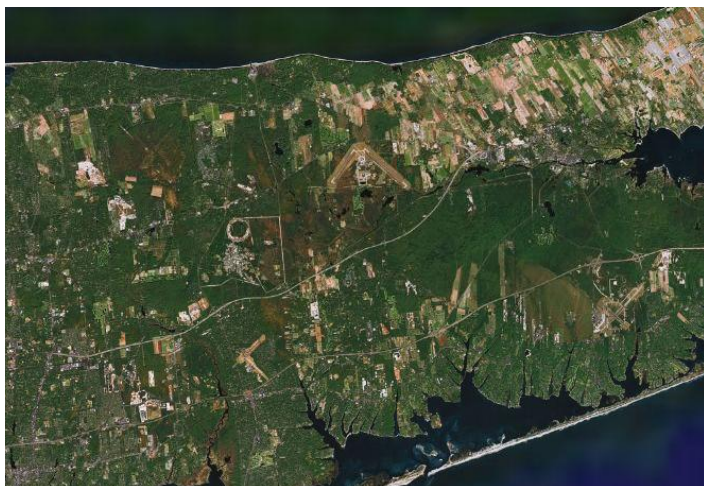


图 .1: 从卫星上看到位于纽约长岛上的RHIC环

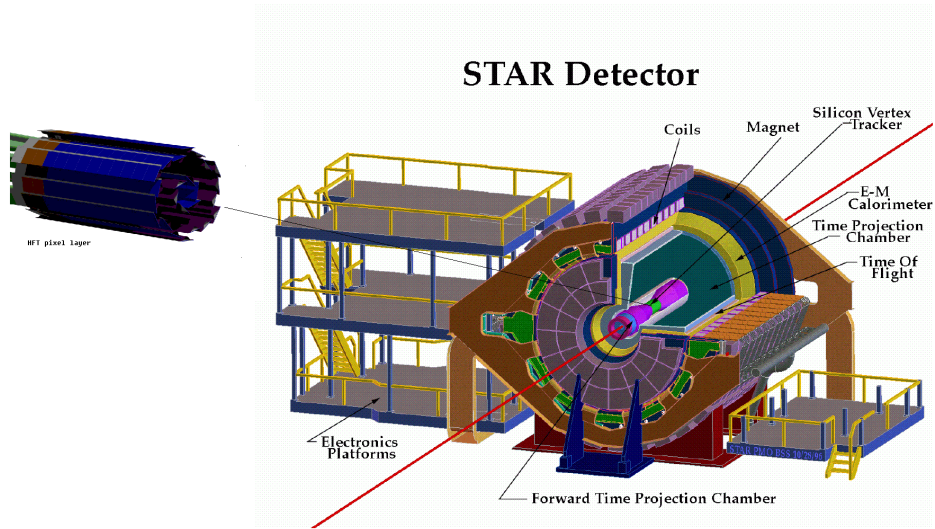


图 .2: STAR探测器的组成

的性质。首当其冲的测量量就是产额。要从理论计算重味强子的在强子强子对撞中的产生截面，要知道对撞强子的部分子分布函数（parton distribution function）、部分子相互作用的重味夸克产生截面和末态重味粒子的碎裂函数（fragmentation function）。其中部分子相互作用的重味夸克产生截面可以由微扰QCD计算出来。质子中的部分子分布函数可以由电子质子的深度非弹性散射实验给出，但对于RHIC能区中的核子的部分子及胶子的分布函数，目前的认识还非常有限[174]。直接测量重味粒子的产生截面有助于理解于重味粒子产生有关的部分子及胶子的分布函数。碎裂函数用来描述产生的部分子如何变成末态强子。对于现在RHIC上的实验数据，不同的碎裂机制，或者是它们的组合都试图对RHIC上的实验数据作出解释。这些模型主要有recombination[175, 176]、coalescence[177]和fragmentation[178, 179, 180]。直接测量重味粒子的产生截面有助于进一步理解产生重味强子的碎裂机制。

.2.2 重味部分子在热密介质中的能量损失

RHIC上的实验数据表明部分子在穿过重粒子对撞产生的介质的时候会损失能量[164]。目前对于重味部分子的能量损失，存在两种不同的观点。一种认为重味部分子的能量损失远小于轻部分子[181, 182]，这也和pQCD（Perturbative Quantum Chromo-Dynamics）的结果相符和[183, 184, 185]。另一种观点来自QM05（Quark Matter 2005）关于核修正因子

(nuclear modification factor R_{AA} [186]) 的报告, 显示在金金中心对撞中重味夸克的能量损失和轻味夸克的能量损失非常接近。在不能直接重建重味粒子前, 主要的测量方法是测量那些从重味粒子衰变来的电子。这种方法本身就有很大的局限性[187], 比如无法从电子的动量谱中获得清晰的重味粒子的动量谱。要区分这两个观点, 需要对重味粒子更精确的测量。

.2.3 重味重子和介子的产额比

在金金对撞中的中间横动量区域 ($2\text{GeV}/c < P_T < 6\text{GeV}/c$), 实验上测得的轻味重子介子产额比上升, 并且这种上升与碰撞的对心度有关[188, 189]。目前的理解是用一种与碎裂不同的子化机制, 就是前面提到的coalescence模型。coalescence模型暗含了轻味夸克在强子化之前解禁(夸克解除禁闭, 成为自由夸克)和热化(自由的夸克达到热平衡)的条件。对于重味夸克, 是否也满足同样的条件, 从而使得重味重子介子产额比也上升, 需要新的测量来回答。

.2.4 重味粒子的椭圆流和角关联

对末态粒子椭圆流的测量[190, 191]确定了核碰撞形成的热密物质的有集体运动。对重味粒子椭圆流的测量将有助于理解重味粒子的集体运动。重味粒子的角度关联能够区分不同的重味粒子产生机制, 也是一个很重要的测量量。纵上所述的问题, 将会在STAR探测器完成Heavy Flavor Tracker(以后简称HFT)的升级后获得更好的回答。HFT包括两部分, 其中贴近束流管的像素探测器部分最为重要, 本文以后提到的HFT特指HFT的像素探测器部分。

.3 附录: HFT的概念图

HFT是一个基于微电子工艺的硅像素探测器。整个探测器分为内外两层, 内层的半径为 1.5cm , 由6个ladder构成, 外层的半径为 5cm , 由18个ladder构成。所谓ladder, 就是一个长约 20cm 、宽约 2cm 的由很轻的材料制成的长条, 像素传感器芯片就安装在这个长条上, 如图.4所示。每个ladder放10个芯片。每个像素传感器芯片上有 640×640 个像素, 每个像素的大小是 $30\mu\text{m} \times 30\mu\text{m}$ 。每个ladder上被像素覆盖的区域是 $19.2\text{cm} \times 1.92\text{cm}$ 。像素传感器芯片的厚度可以做到 $50\mu\text{m}$ 。HFT的横截面如图.3s所示, HFT紧套束流管上, 放置的横截面如图??所示。ladder的有效厚度是0.28%散射长度, 束流管壁的有效厚度是0.14%散射长度。

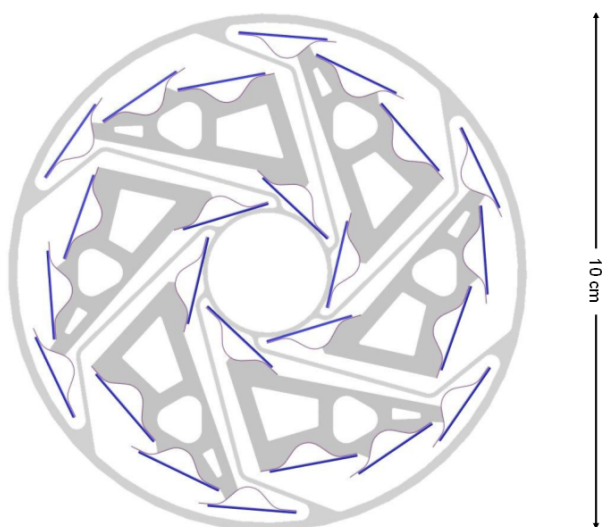


图 .3: *HFT*的横截面示意图，蓝线表示ladder的横截面，内层半径1.5cm，有六个ladder，外层半径5cm,有18个ladder。

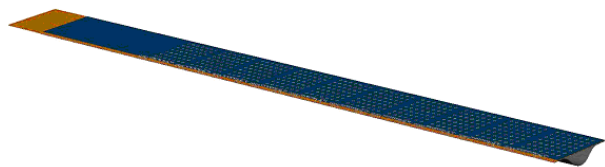


图 .4: *HFT*的一个ladder的示意图。一个ladder上有10个像素传感器芯片。

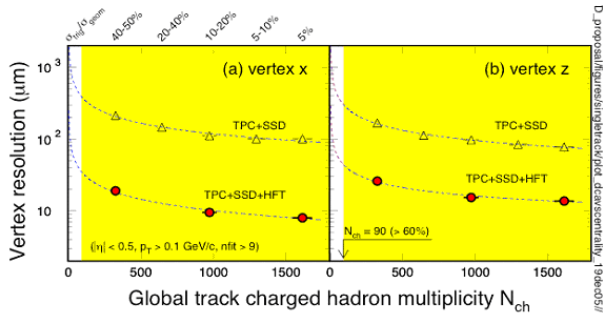


图 .5: 对撞顶点分辨率随对撞中心度的变化。 HFT 的参与使得顶点的分辨率提高了一个数量级。 . a)对撞顶点分辨率在 x 轴方向随末态带电粒子数的变化。 b)对撞顶点分辨率在束流方向随末态带电粒子数的变化。

.4 附录：HFT的计算机模拟

为了在安装HFT之前对安装了HFT之后探测器的性能有一个比较细致的了解，需要进行计算机模拟。对于探测器部分的模拟，使用得主要软件包是GSTAR，加上了新的HFT的部分。径迹重建使用的软件包是ITTF的2005年二月五号的版本。

首先人们关心的是引入了HFT之后重建对撞顶点的分辨率有什么变化，结果如图.5所示。HFT的参与使得对撞顶点的分辨率提高了一个数量级对于金金中心对撞，可达 $8\mu\text{m}$ 。对于对于横动量为 1GeV 的粒子，在引入HFT之后单粒子径迹的重建分辨率可以达到 $60\mu\text{m}$ 。然后是径迹探测效率，HFT的引入会降低大约50%的径迹探测效率，如图.6所示。最后看一下安装HFT后重味粒子的探测效率，以 D^0 和 D^+ 为例， D^0 介子的探测效率可达到10%， D^+ 介子的探测效率可达到3%

.5 附录：HFT的设计以及在STAR探测器上的安装

.5.1 HFT的对齐和刻度

要把HFT安装在STAR探测器上，首先要保证HFT和已有的探测器之间的尽可能的对齐，然后才好刻度出HFT上像素逻辑的位置和真是的物理位置之间的关系。为了方便安装和刻度的过程，HFT上的所有ladder之间是固定的，整个HFT挂接在从STAR探测器一旁伸入的支撑结构上，支撑结构如图.8所示。这样要描述HFT与STAR探测器的相对位置，只要六个参数就可以了。HFT的设计

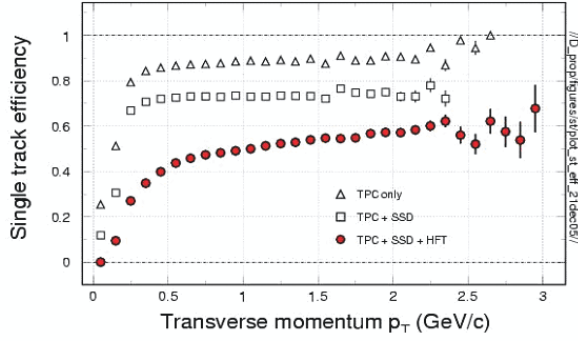


图 .6: 在 Au+Au 碰撞中, 将 TPC、SSD 和 HFT 联合起来的 π 介子径迹探测效率。

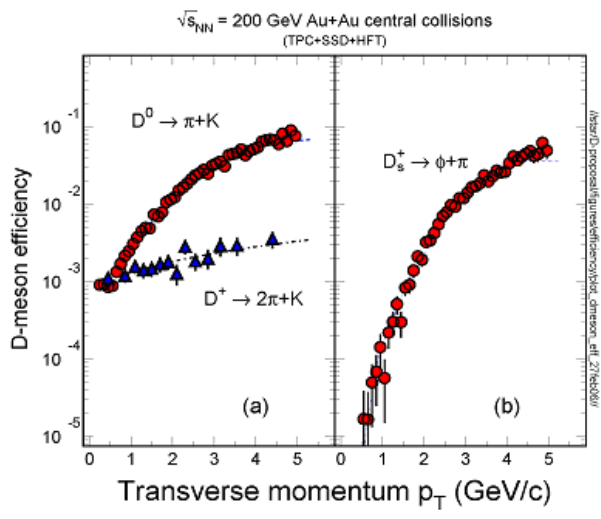


图 .7: D 介子的探测效率随横动量的变化。 D^0 介子的探测效率可达到 10%, D^+ 介子的探测效率可达到 3%。

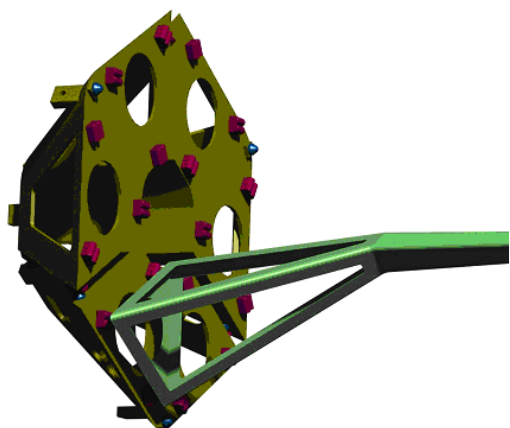


图 .8: *HFT*的支撑结构

允许独立的安装、拆卸或替换HFT而不必动其他探测器。

.5.2 HFT的radiation length和抗辐射能力

由于HFT靠近束流管，出射粒子在HFT上的散射会影响其以后的径迹，散射长度（radiation length）是描写粒子经过HFT被散射的情况的物理量。其定义是一个高能电子穿过物质损失其能量的 $1 - 1/e$ 的长度。下表列出了HFT各层材料的散射长度。总的散射长度为 $0.282X_0$ 。相当于高能电子穿过HFT平均损失0.2816%的能量。

Material	Si equivalent (μ m)	Material thickness (m)	$\%X_0$
Beryllium beam pipe	133	500	0.14
Silicon	50	50	0.053
Adhesive	13.4	50	0.014
Cable Assembly	83.9	125	0.089
Adhesive	13.4	50	0.014
Carbon Composite	103	3200	0.11
Total for one ladder	264	3475	0.282

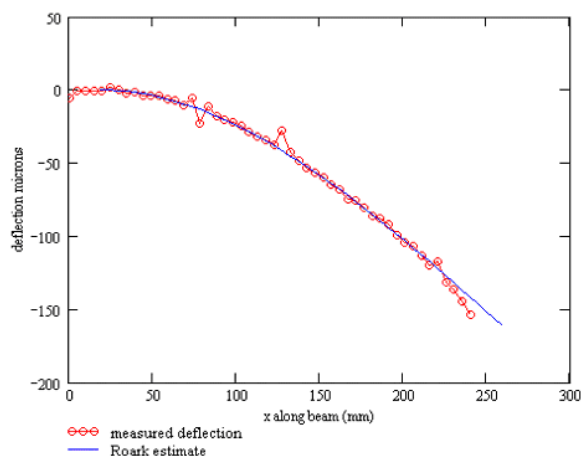


图 .9: ladder一端固定，一端放上10克重物时形变随离固定端距离的变化

.5.3 HFT的负载形变和热形变

了解HFT上的ladder在受到外力，外界震动和受热是的形变对刻度探测器非常重要。ladder受到外力的形变测量给出的结果与工程软件给出的结果一致。图.9显示了把ladder的一端固定，另一端放上10克重物后形变随离固定端距离的变化，蓝线表示工程软件仿真给出的结果。仿真的结果与测量的结果基本一致。测量给出的ladder 的基频是 $140Hz$ ，工程软件给出的是 $135Hz$ ，STAR探测器的环境频率是 $1Hz$ ，不会产生共振。ladder在受热时的形变可以用TV holography测量，这个设备能够快速的测量微米级别的形变。

.5.4 HFT冷却测试

为了减少近对撞顶点区的散射长度和减轻HFT的重量，HFT的冷却采用风冷的方式。测试结果显示 $1m/s$ 的气流足以为功率为 $150mW/cm^2$ 的芯片散热。由气流带来的震动大约是 $\sigma = 1.6\mu m$ 。对于HFT来说是可以接受的。

.6 附录：FPGA和VHDL

.6.1 查找表(Look-Up-Table)的原理与结构

采用这种结构的可编程逻辑器件我们也可以称之为FPGA：如altera的ACEX,APEX系列,xilinx的Spartan,Virtex系列等。

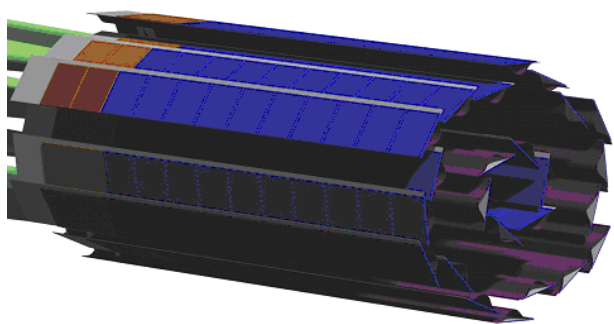


图 .10: *HFT*的外观

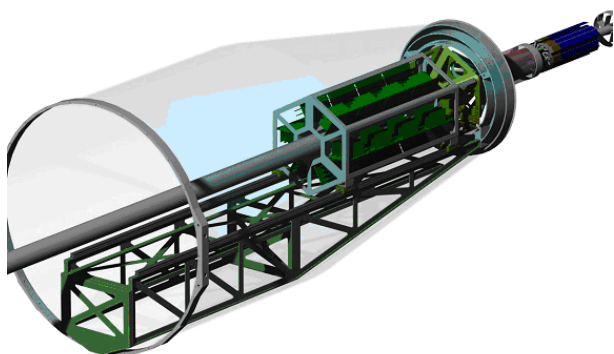


图 .11: *HFT*安装到*STAR*探测器上。*HFT*的支撑结构可以让*HFT*很容易的滑进滑出

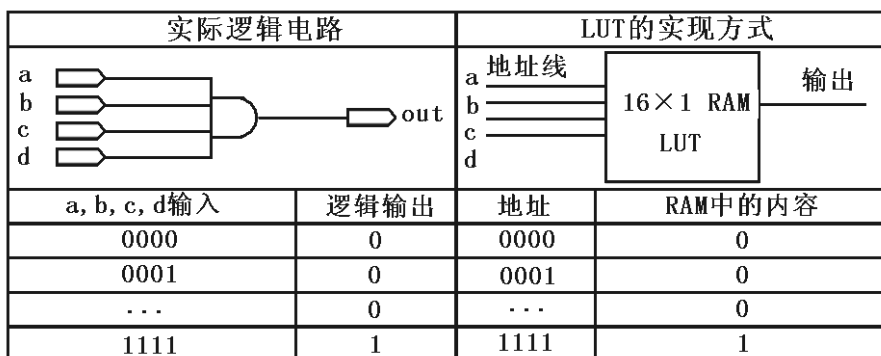


图 .12: LUT的原理图

查找表(Look-Up-Table)简称为LUT，LUT本质上就是一个RAM。目前FPGA中多使用4输入的LUT，所以每一个LUT可以看成是一个有4位地址线的16x1的RAM。当用户通过原理图或HDL语言描述了一个逻辑电路以后，PLD/FPGA开发软件会自动计算逻辑电路的所有可能的结果，并把结果事先写入RAM,这样，每输入一个信号进行逻辑运算就等于输入一个地址进行查表，找出地址对应的内容，然后输出即可。

下面是一个4输入与门的例子

.6.2 基于查找表(LUT)的FPGA的结构

Spartan-II主要包括CLBs，I/O块，RAM块和可编程连线（未表示出）。在spartan-II中，一个CLB包括2个Slices,每个slices包括两个LUT，两个触发器和相关逻辑。Slices可以看成是SpartanII实现逻辑的最基本结构

.6.3 附录：查找表结构的FPGA逻辑实现原理

我们还是以一下电路的为例。A,B,C,D由FPGA芯片的管脚输入后进入可编程连线，然后作为地址线连到LUT，LUT中已经事先写入了所有可能的逻辑结果，通过地址查找到相应的数据然后输出，这样组合逻辑就实现了。该电路中D触发器是直接利用LUT后面D触发器来实现。时钟信号CLK由I/O脚输入后进入芯片内部的时钟专用通道，直接连接到触发器的时钟端。触发器的输出与I/O脚相连，把结果输出到芯片管脚。这样PLD就完成了图3所示电路的功能。（以上这些步骤都是由软件自动完成的，不需要人为干预）

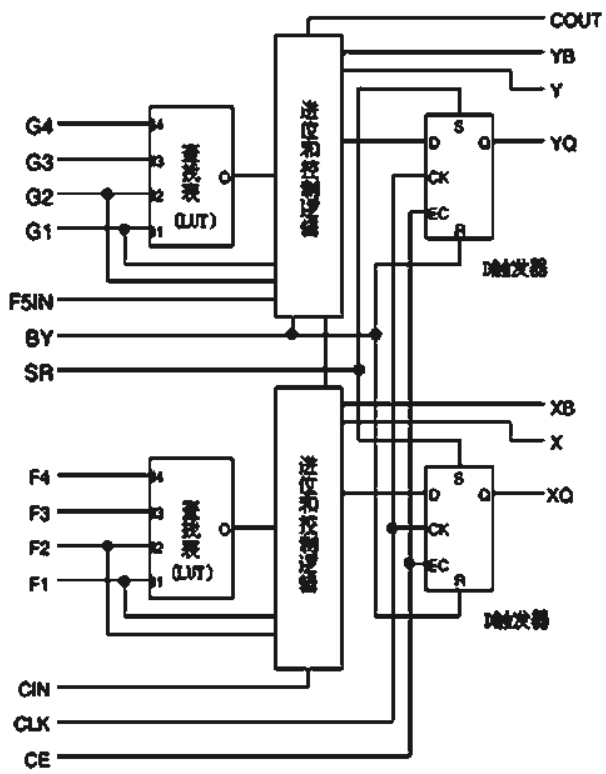


图 .13: *FPGA*内部单元的原理图

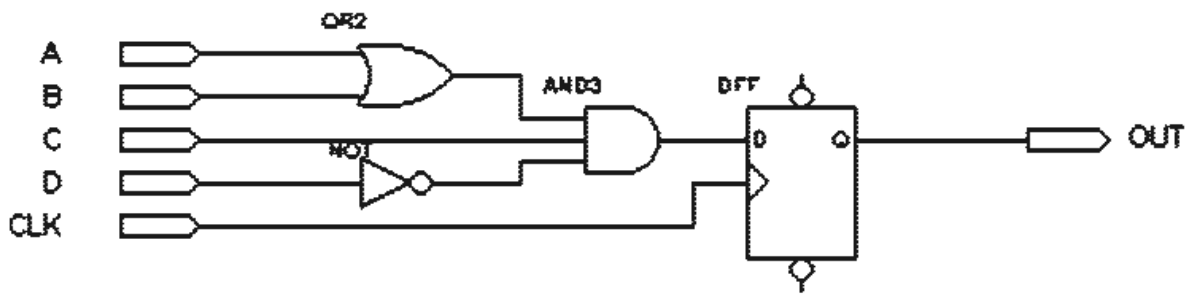


图 .14: 用FPGA实现基本逻辑电路的一个例子

这个电路是一个很简单的例子，只需要一个LUT加上一个触发器就可以完成。对于一个LUT无法完成的电路，就需要通过进位逻辑将多个单元相连，这样FPGA就可以实现复杂的逻辑。

由于LUT主要适合SRAM工艺生产，所以目前大部分FPGA都是基于SRAM工艺的，而SRAM工艺的芯片在掉电后信息就会丢失，一定需要外加一片专用配置芯片，在上电的时候，由这个专用配置芯片把数据加载到FPGA中，然后FPGA就可以正常工作，由于配置时间很短，不会影响系统正常工作。也有少数FPGA采用反熔丝或Flash工艺，对这种FPGA，就不需要外加专用的配置芯片

.6.4 附录：VHDL语言

VHDL语言是一种用于电路设计的高级语言。它在80年代的后期出现。最初是由美国国防部开发出来供美军用来提高设计的可靠性和缩减开发周期的一种使用范围较小的设计语言。但是，由于它在一定程度上满足了当时的设计需求，于是他在1987年成为ANSI/IEEE的标准（IEEE STD 1076-1987）。1993年更进一步修订，变得更加完备，成为ANSI/IEEE的ANSI/IEEE STD 1076-1993标准。目前，大多数的CAD厂商出品的EDA软件都兼容了这种标准。

VHDL的英文全写是：VHSIC（Very High Speed Integrated Circuit）Hardware Description Language.翻译成中文就是超高速集成电路硬件描述语言。因此它的应用主要是应用在数字电路的设计中。目前，它在中国的应用多数是用在FPGA/CPLD/EPLD的设计中。当然在一些实力较为雄厚的单位，它也被用来设计ASIC。

关于用VHDL和原理图输入进行CPLD/FPGA设计的粗略比较：在设计中，如果采用原理图输入的设计方式是比较直观的。你要设计的是什么，你就直接从库中调出来用就行了。这样比较符合人们的习惯。但是这样做需要设计人员要在两方面有较高的素质：

1.对电路的知识要比较丰富。2.对CPLD/FPGA的结构比较熟悉。

有了这两个条件才能在设计的过程中选用适当的器件从而提高设计的可靠性、提高器件的利用率及缩短设计的周期。但是有一个重大的问题是在于，如果你的产品有所改动，需要采用另外的CPLD/FPGA时，你将需要重新输入原理图。

但是当你采用VHDL等高级语言来设计时这些问题都会得到较好的解决。由于在使用VHDL等高级语言时，有专用的工具来实现将语言描述的电路功能转换为实际的电路所以你就用不着对底层的电路很熟悉，也用不着对CPLD/FPGA的结构很熟悉（因为有专用的工具针对你的描述采用相应的器件）。当你要换器件时，你只需要将原来设计好的VHDL文件在新器件的设计工具中再次实现就行了。

用高级语言设计电路的流程：

在用高级语言来设计电路时,主要的过程是这样的： 1.使用文本编辑器输入设计源文件(你可以使用任何一种文本编辑器。但是，为了提高输入的效率，你可以用某些专用的编辑器，如：Hdl Editor, Tubor Writer或者一些EDA工具软件集成的HDL编辑器)。 2.使用编译工具编译源文件。HDL的编译器有很多，ACTIVE公司，MODELSIM公司，SYNPLICITY公司，SYNOPTIS公司，VERIBEST公司等都有自己的编译器。 3.(可选步骤)功能仿真。对于某些人而言，仿真这一步似乎是可有可无的。但是对于一个可靠的设计而言，任何设计最好都进行仿真，以保证设计的可靠性。另外，对于作为一个独立的设计项目而言，仿真文件的提供是可以证明你设计的完整性。 4.综合。综合的目的是在于将设计的源文件由语言转换为实际的电路。（但是此时还没有在芯片中形成真正的电路。这一步就好像是把人的脑海中的电路画成原理图。—这是我的个人观点，似乎在好多文献中都没有提到“综合”的准确定义。至少，我读过的几本书中就没有。）这一部的最终目的是生成门电路级的网表（Netlist）。 5.布局、布线。这一步的目的是生成用于烧写（编程Programming）的编程文件。在这一步，将用到第4步生成的网表

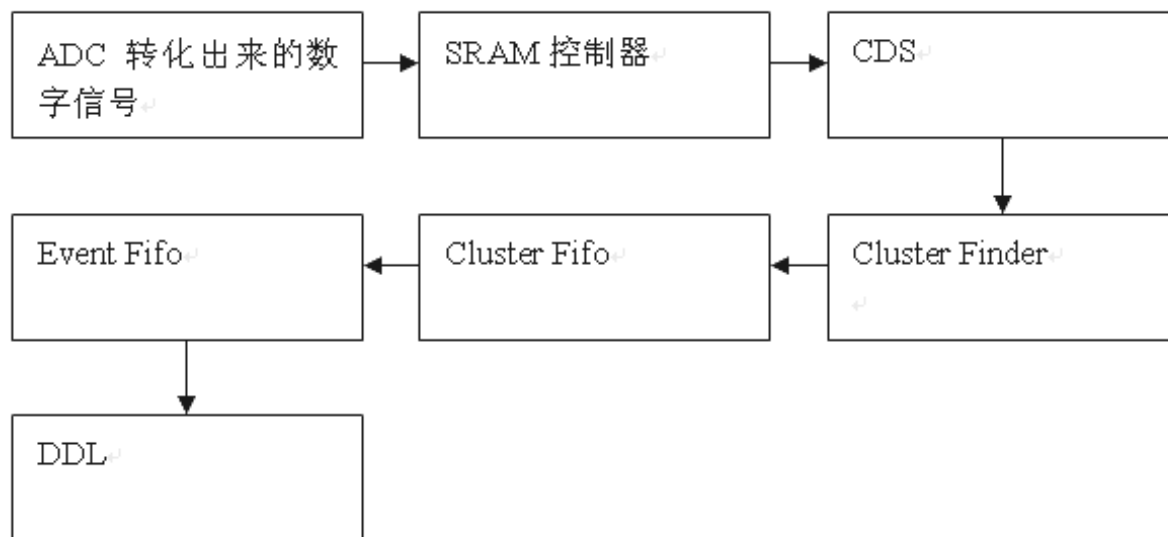


图 .15: 读出电子学框图

并根据CPLD/FPG厂商的器件容量，结构等进行布局、布线。这就好像在设计PCB时的布局布线一样。先将各个设计中的门根据网表的内容和器件的结构放在器件的特定部位。然后，在根据网表中提供的各门的连接，把各个门的输入输出连接起来。最后，生成一个供编程的文件。这一步同时还会加一些时序信息（Timing）（？）到你的设计项目中去，以便与你做后仿真。 6.后仿真。这一步主要是为了确定你的设计在经过布局布线之后，是不是还满足你的设计要求。如果设计的电路的时延满足要求的话，则就可以到第7步啦！

7. 烧写器件（编程）。

.6.5 附录：在HFT测试中用到的VHDL工程（firmware）的流程图

我们用来测试的探测器芯片是MIMOSTAR2芯片，每片有 128×128 个真是像素构成。流程图如图.15读出的时候该芯片依次扫描每个像素电上的电压。这些电压的模拟经过ADC数字化以后的信号通过SRAM控制器写入SRAM中，在这里保存数据的原因是为了实现CDS（correlated double sampling）也就是将本次的读出值与上一次的读出值相减得到差。这样就可以消除低频的噪声。经过CDS后的电压值在CLuster Finder中重建成整个芯片的像素阵列，CLuster Finder每个时钟周期扫描一个像素和它周围的八个像素。通过一定的逻辑来判断这个点是不是有粒子穿过的点。如果是就把这个点的地址存储在CLuster Fifo之

中，然后这些地址在CLuster Fifo中组装成事件，在传送到Event Fifo之中准备通过DDL（Detector Data Link）的光线传送到远处的数据获取计算机上。